



Département d'Electricité, Electronique et Informatique
(Institut Montefiore)

Notes du cours ELEC0014
Introduction to electric power and energy systems

Thierry VAN CUTSEM

directeur de recherches FNRS
professeur adjoint ULiège

septembre 2019

Table des matières

1	Puissances en régime sinusoïdal	2
1.1	Puissance fournie ou absorbée par un dipôle	2
1.2	Puissance transitant dans plusieurs conducteurs	3
1.3	Régime sinusoïdal et phaseurs	4
1.4	Puissances instantanée, active, réactive, fluctuante et apparente	5
1.5	Puissance complexe	7
1.6	Expressions relatives aux dipôles	9
1.7	Facteur de puissance et compensation des charges	10
2	Systèmes et régimes triphasés équilibrés	12
2.1	Principe	12
2.2	Tensions de ligne (ou composées)	15
2.3	Connexions en étoile et en triangle	15
2.4	Analyse par phase	17
2.5	Puissances en régime triphasé	19
3	Le système “per unit”	22
3.1	Introduction	22
3.2	Passage en per unit d’un circuit électrique	23
3.3	Passage en per unit de deux circuits magnétiquement couplés	24
3.4	Passage en per unit d’un système triphasé	25
3.5	Changement de base	27

4	Quelques propriétés du transport de l'énergie électrique	28
4.1	Transit de puissance et chute de tension dans une liaison	28
4.2	Caractéristique QV à un jeu de barres d'un réseau	31
4.3	Puissance de court-circuit	33
4.4	Limites de fonctionnement d'un réseau	37
4.5	Puissance maximale transmissible entre deux réseaux	38
4.6	Puissance maximale transmissible d'un générateur à une charge	40
5	Variation des charges avec la tension et la fréquence	45
5.1	Modèles dynamiques et statiques	45
5.2	Modèle à exposant	46
5.3	Prise en compte de la sensibilité à la fréquence	48
5.4	Exemples de paramètres du modèle de charge	48
5.5	Modélisation de la charge totale d'un réseau de distribution	49
5.6	Limite de validité du modèle	50
6	La ligne aérienne de transport (et le câble souterrain)	51
6.1	Paramètres linéiques d'une ligne	51
6.2	La ligne traitée comme un composant distribué	61
6.3	Quelques propriétés liées à l'impédance caractéristique	64
6.4	Schéma équivalent d'une ligne	65
6.5	Caractéristiques des câbles	66
6.6	Limite thermique	67
7	Le transformateur de puissance	70
7.1	Transformateur monophasé	70
7.2	Transformateur triphasé	76
7.3	Valeurs nominales, système per unit et ordres de grandeur	83
7.4	Autotransformateur	85

7.5	Ajustement du nombre de spires d'un transformateur	86
7.6	Transformateur à trois enroulements	88
7.7	Transformateur déphaseur	90
8	La machine synchrone (modèle simplifié)	92
8.1	Principe de fonctionnement	92
8.2	Les deux types de machines synchrones	97
8.3	Modélisation au moyen de circuits magnétiquement couplés	99
8.4	Fonctionnement en régime établi	102
8.5	Valeurs nominales et ordres de grandeur	106
8.6	Puissances dans la machine synchrone	106
8.7	Courbes de capacité	109
9	Régulation de la fréquence	112
9.1	Régulateur de vitesse	113
9.2	Régulation primaire	116
9.3	Régulation secondaire	119
10	Régulation de la tension	125
10.1	Contrôle de la tension par condensateur ou inductance shunt	126
10.2	Système d'excitation d'une machine synchrone : vue d'ensemble	127
10.3	Réponse à une perturbation d'une machine synchrone régulée en tension	130
10.4	Courbes QV d'une machine synchrone	131
10.5	Limite de sous-excitation d'une machine synchrone	135
10.6	Compensateurs synchrones	137
10.7	Compensateurs statiques de puissance réactive	138
10.8	Régulation de tension par les régleurs en charge	146
11	Introduction à l'analyse des défauts équilibrés	151
11.1	Comment la foudre peut conduire à des courts-circuits	151

11.2 Protections et disjoncteurs	153
11.3 Types de défauts	153
11.4 Comportement de la machine synchrone pendant un court-circuit	154
11.5 Simplifications usuelles pour le calcul des courants de court-circuit équilibrés . . .	159
11.6 Schéma équivalent simplifié d'une machine synchrone	160

Chapitre 1

Puissances en régime sinusoïdal

Dans ce chapitre nous rappelons quelques définitions et relations fondamentales, essentielles pour l'analyse des systèmes électriques de puissance. L'accent est mis sur les notions de puissance en régime sinusoïdal.

1.1 Puissance fournie ou absorbée par un dipôle

Considérons le dipôle représenté à la figure 1.1, avec ses deux bornes d'extrémité.

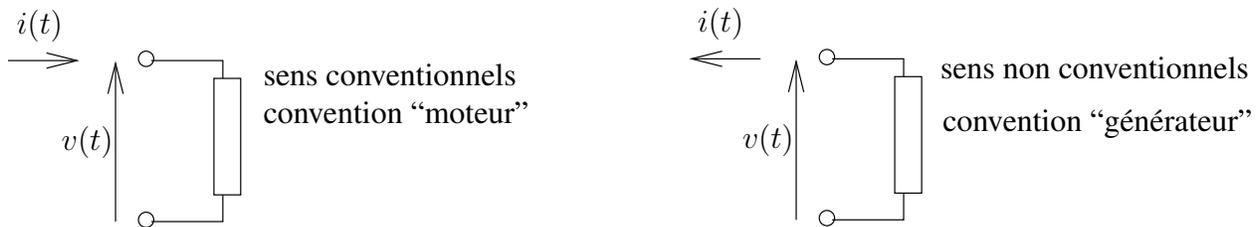


FIGURE 1.1 – dipôle : conventions d'orientation du courant par rapport à la tension

La tension $v(t)$ aux bornes du dipôle est la différence entre le potentiel de la borne repérée par l'extrémité de la flèche et le potentiel de la borne repérée par son origine.

Deux conventions sont possibles en ce qui concerne l'orientation du courant i par rapport à la tension v (cf figure 1.1) :

- la convention *moteur* correspond aux *sens conventionnels* de la Théorie des circuits. Le courant est compté comme positif s'il *entre* dans le dipôle par la borne correspondant à l'extrémité de la flèche repérant la tension. Dans ce cas, le produit $p(t) = v(t) i(t)$ représente la puissance instantanée *absorbée* par le dipôle. Une valeur positive (resp. négative) indique donc que le dipôle consomme (resp. fournit) de la puissance à l'instant t ;
- la convention *générateur* correspond aux *sens non conventionnels* de la Théorie des circuits. Le courant est considéré comme positif s'il *sort* du dipôle par la borne correspondant à l'extrémité de la flèche repérant la tension. Le produit $p(t) = v(t) i(t)$ représente la puissance instantanée

générée par le dipôle. Une valeur positive (resp. négative) indique donc que le dipôle produit (resp. consomme) de la puissance à l'instant t .

1.2 Puissance transitant dans plusieurs conducteurs

L'expression de la puissance consommée (ou produite) par un dipôle se généralise aisément à ensemble de n conducteurs ($n \geq 2$), à condition de supposer que la somme des courants i_j dans ces conducteurs est nulle :

$$\sum_{j=1}^n i_j = 0 \quad (1.1)$$

ce qui était évidemment le cas du dipole considéré à la section précédente.

Considérons que ces conducteurs relient des circuits A et B, comme représenté à la figure 1.2, entre lesquels de l'énergie électrique est échangée. S'il n'y a pas d'autre liaison entre A et B (auquel cas, à la figure 1.2, Σ est une "coupe"), la première loi de Kirchhoff impose la relation 1.1. Les circuits A et B pourraient être reliés par d'autres conducteurs (non représentés). Dans ce cas, nous supposons que le fonctionnement est tel que la relation (1.1) est satisfaite.

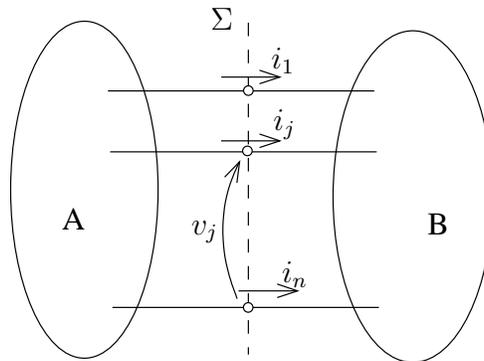


FIGURE 1.2 – puissance transitant dans plusieurs conducteurs

Nous prenons le n -ème conducteur comme référence des tensions. Par exemple, ce conducteur pourrait être relié à la terre, auquel cas celle-ci sera considérée comme référence des tensions. Notons toutefois que ce choix n'est pas obligatoire pour ce qui suit.

Soit v_j ($j = 1, \dots, n - 1$) la tension entre le j -ème et le n -ème conducteur, comme représenté à la figure 1.2. Avec le choix des courants indiqué à la figure 1.2, le circuit B est dans la convention moteur. Dans ces conditions, l'expression :

$$p(t) = \sum_{j=1}^{n-1} v_j i_j \quad (1.2)$$

représente la puissance instantanée traversant les n conducteurs (ou passant dans la section Σ) de A vers B, c'est-à-dire la puissance absorbée par B, ou encore la puissance produite par A.

1.3 Régime sinusoïdal et phaseurs

En régime sinusoïdal, toute tension se présente sous la forme :

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \theta) \quad (1.3)$$

où $\sqrt{2}V$ est l'amplitude (ou *valeur de crête*) de la tension, V sa *valeur efficace*¹ et ω la pulsation, reliée à la fréquence f et la période T par :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.4)$$

De même, tout courant se présente sous la forme :

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi) \quad (1.5)$$

Définissons les grandeurs complexes suivantes :

$$\bar{V} = V e^{j\theta} \quad (1.6)$$

$$\bar{I} = I e^{j\psi} \quad (1.7)$$

où les lettres surlignées désignent des nombres complexes, afin de les différencier des nombres réels. \bar{V} est le *phaseur* relatif à la tension $v(t)$ tandis que \bar{I} est le *phaseur* relatif au courant $i(t)$.

On a évidemment :

$$v(t) = \sqrt{2} \operatorname{re} (V e^{j(\omega t + \theta)}) = \sqrt{2} \operatorname{re} (\bar{V} e^{j\omega t}) \quad (1.8)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \operatorname{re} (I e^{j(\omega t + \psi)}) = \sqrt{2} \operatorname{re} (\bar{I} e^{j\omega t}) \quad (1.9)$$

Dans le plan complexe, aux nombres $\bar{V} e^{j\omega t}$ et $\bar{I} e^{j\omega t}$, on peut associer des vecteurs tournants. Chaque vecteur part de l'origine $0 + j0$ et aboutit au nombre complexe en question. Chaque grandeur sinusoïdale est, au facteur $\sqrt{2}$ près, la projection sur l'axe réel du vecteur tournant correspondant.

Usuellement, pour représenter ces vecteurs tournants, on considère leur position en $t = 0$. A cet instant, le vecteur tournant relatif à la tension n'est rien d'autre que le phaseur \bar{V} et celui relatif au courant est le phaseur \bar{I} .

Une représentation graphique des phaseurs est donnée à la figure 1.3 (dont une partie sera utilisée dans un développement ultérieur). On désigne ce type de schéma sous le terme de *diagramme de phaseur*.

1. la pratique a consacré l'usage des valeurs efficaces pour caractériser les grandeurs sinusoïdales : lorsque l'on donne la valeur d'une tension alternative, il s'agit, sauf mention contraire, de la valeur efficace. Rappelons que V est la valeur de la tension continue qui, appliquée à une résistance, y dissipe la même puissance que la tension sinusoïdale (1.3) en moyenne

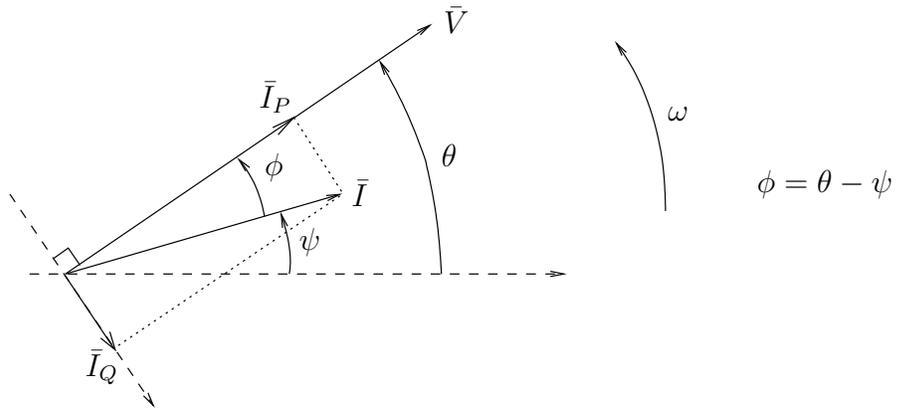


FIGURE 1.3 – diagramme de phaseur

1.4 Puissances instantanée, active, réactive, fluctuante et apparente

Considérons un dipôle soumis à une tension \bar{V} et parcouru par un courant \bar{I} .

Projetons le vecteur \bar{I} sur l'axe défini par le vecteur \bar{V} et de même orientation que ce dernier (cf figure 1.3). Soit \bar{I}_P le vecteur projeté ainsi obtenu. On peut écrire :

$$\bar{I}_P = I_P e^{j\theta} \quad (1.10)$$

où I_P est un nombre réel, positif si le vecteur \bar{I}_P est de même sens que \bar{V} et négatif dans le cas contraire. I_P est appelé *courant actif*. On a :

$$I_P = I \cos(\theta - \psi) = I \cos \phi \quad (1.11)$$

où $\phi = \theta - \psi$ est l'angle qui part du part du phaseur de courant et va au phaseur de tension (cf figure 1.3).

Projetons à présent le vecteur \bar{I} sur un axe perpendiculaire au vecteur \bar{V} et *en retard* sur ce dernier (cf figure 1.3). Soit \bar{I}_Q le vecteur projeté ainsi obtenu. On peut écrire :

$$\bar{I}_Q = I_Q e^{j(\theta - \frac{\pi}{2})} \quad (1.12)$$

où I_Q est un nombre réel, positif si \bar{I}_Q est en retard sur \bar{V} et négatif dans le cas contraire. I_Q est appelé *courant réactif*. On a :

$$I_Q = I \sin(\theta - \psi) = I \sin \phi \quad (1.13)$$

Exprimons $i(t)$ en fonction des courants actif et réactif. On a successivement :

$$\begin{aligned} i(t) &= \sqrt{2} \operatorname{re}(\bar{I} e^{j\omega t}) = \sqrt{2} \operatorname{re}(\bar{I}_P e^{j\omega t} + \bar{I}_Q e^{j\omega t}) = \sqrt{2} \operatorname{re}(I_P e^{j(\omega t + \theta)} + I_Q e^{j(\omega t + \theta - \frac{\pi}{2})}) \\ &= \sqrt{2} I_P \cos(\omega t + \theta) + \sqrt{2} I_Q \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (1.14)$$

On voit que la variation sinusoïdale du courant peut se décomposer en la somme de deux variations sinusoïdales, l'une relative au courant actif, l'autre au courant réactif.

En utilisant l'expression (1.3) de la tension et l'expression (1.14) du courant, la puissance instantanée vaut :

$$\begin{aligned} p(t) = v(t) i(t) &= 2VI_P \cos^2(\omega t + \theta) + 2VI_Q \cos(\omega t + \theta) \sin(\omega t + \theta) \\ &= VI_P [1 + \cos 2(\omega t + \theta)] + VI_Q \sin 2(\omega t + \theta) \end{aligned} \quad (1.15)$$

On en déduit les propriétés importantes suivantes :

- la puissance instantanée est la somme de deux composantes, l'une relative au courant actif, l'autre au courant réactif
- la composante relative au courant actif se présente elle-même sous forme d'une somme d'un terme constant et d'un terme oscillatoire de pulsation 2ω , changeant donc de signe quatre fois par période. Toutefois, la somme de ces deux termes ne change jamais de signe et correspond donc à une puissance allant toujours dans le même sens
- la composante relative au courant réactif ne comporte qu'un terme oscillatoire de pulsation 2ω
- sur une période, les composantes oscillatoires ont une moyenne nulle. La valeur moyenne de la puissance $p(t)$ est donc la constante présente dans la composante relative au courant actif. Cette valeur, notée P , est appelée *puissance active*. On a donc :

$$P = V I_P \quad (1.16)$$

et en utilisant (1.11) :

$$P = V I \cos(\theta - \psi) = VI \cos \phi \quad (1.17)$$

- l'amplitude de la composante relative au courant réactif, notée Q , est appelée *puissance réactive*. On a donc :

$$Q = V I_Q \quad (1.18)$$

et en utilisant (1.13) :

$$Q = V I \sin(\theta - \psi) = VI \sin \phi \quad (1.19)$$

- on sait que dans un circuit RLC, le déphasage du courant par rapport à la tension, c'est-à-dire l'existence du courant réactif I_Q , est dû aux éléments L et C. La puissance $VI_Q \sin 2(\omega t + \theta)$ est le taux de variation de l'énergie emmagasinée sous forme magnétique et électrique. Cette énergie est toujours positive. A certains moments, les éléments L et C accumulent de l'énergie et à d'autres ils en restituent. Comme il s'agit d'éléments passifs, il ne peuvent en restituer plus qu'ils n'en ont reçu.
- la somme des termes oscillatoires, notée $p_f(t)$, est appelée *puissance fluctuante*. On a :

$$p_f(t) = VI \cos(\theta - \psi) \cos 2(\omega t + \theta) + VI \sin(\theta - \psi) \sin 2(\omega t + \theta) = VI \cos(2\omega t + \theta + \psi) \quad (1.20)$$

résultat que l'on obtient plus directement en multipliant (1.3) par (1.5). Etant de moyenne nulle, la puissance fluctuante ne correspond à aucun travail utile. La puissance active est la seule composante utile.

- le produit VI est appelé *puissance apparente*. On voit que puissances apparente et active coïncident quand il n'y a pas de déphasage entre la tension et le courant, c'est-à-dire pas de courant réactif.

Les grandeurs $p(t)$, $p_f(t)$, P , Q et S ont toutes la dimension d'une puissance et devraient donc s'exprimer en watt. Cependant, étant donné la nature très différente de ces grandeurs, on utilise des unités séparées :

- $p(t)$, $p_f(t)$ et P s'expriment en watt, dont le symbole est W . Dans le cadre des réseaux d'énergie électrique, il est plus confortable d'exprimer les grandeurs en kilowatt (kW) et en mégawatt (MW)
- Q s'exprime en vars (abréviation pour volt ampère réactif), dont le symbole est VAr, Var ou var (nous retiendrons ce dernier). En pratique, on utilise plutôt le kvar et le Mvar
- S s'exprime en volt.ampère (VA). En pratique, on utilise plutôt le kVA et le MVA.

Comme pour la puissance instantanée (voir section 1.1), le signe des puissances active et réactive dépend de l'orientation choisie pour le courant par rapport à la tension. Le lecteur est invité à vérifier les différentes interprétations du signe données à la figure 1.4.

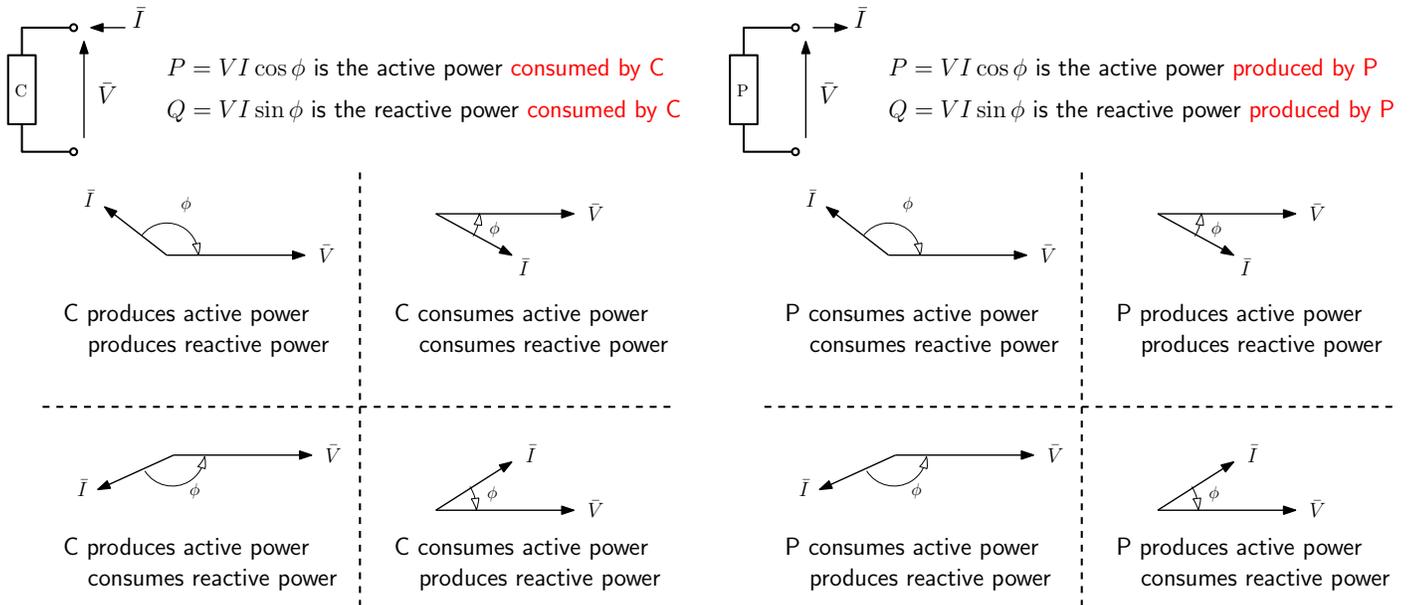


FIGURE 1.4 – Interprétation du signe des puissances active et réactive

1.5 Puissance complexe

La *puissance complexe* est définie par :

$$S = \bar{V} \bar{I}^* \quad (1.21)$$

où $*$ désigne le conjugué d'un nombre complexe. En remplaçant \bar{V} par (1.6) et \bar{I} par (1.7) on trouve :

$$S = V e^{j\theta} I e^{-j\psi} = V I e^{j(\theta-\psi)} = V I \cos(\theta - \psi) + j V I \sin(\theta - \psi) = P + jQ$$

La partie réelle de la puissance complexe est donc la puissance active tandis que sa partie imaginaire est la puissance réactive. Le module de la puissance complexe vaut quant à lui :

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V I \quad (1.22)$$

c'est-à-dire la puissance apparente.

L'intérêt de la puissance complexe réside dans le fait que P et Q se calculent souvent plus aisément en passant par S .

Lorsque l'on travaille avec la puissance complexe, on utilise très souvent le

Théorème de conservation de la puissance complexe. Dans un circuit alimenté par des sources sinusoïdales fonctionnant toutes à la même fréquence, la somme des puissances complexes entrant dans n'importe quelle partie du circuit est égale à la somme des puissances complexes reçues par les branches de cette partie du circuit.

Appliqué à la figure 1.5, par exemple, ce théorème fournit la relation :

$$S_1 + S_2 + S_3 = \sum_i S_{bi}$$

où le membre de droite représente la somme des puissances complexes reçues par toutes les branches du circuit \mathcal{C} (voir fig. 1.5). En décomposant en parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$P_1 + P_2 + P_3 = \sum_i P_{bi}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = \sum_i Q_{bi}$$

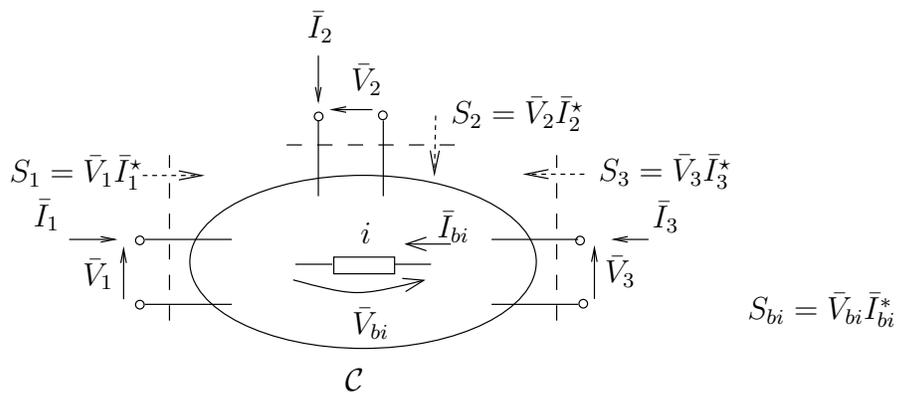


FIGURE 1.5 – illustration du théorème de la conservation de la puissance complexe

Dans le cas d'un réseau d'énergie électrique, on peut classer les branches en deux catégories : les éléments de transport (lignes, câbles, transformateurs, etc. . .) et les charges. Les relations ci-dessus expriment que la puissance fournie au réseau est égale à la consommation de toutes les charges, augmentée des pertes dans les éléments de transport.

Un tel équilibre des puissances est une notion naturelle en ce qui concerne la puissance instantanée : il traduit le principe de conservation de l'énergie, dont la puissance est la dérivée temporelle. Il est naturel qu'il s'applique à la puissance active, qui est la valeur moyenne de la puissance instantanée. Mais le fait plus remarquable est qu'il s'applique également à la puissance réactive, pour laquelle on donc peut écrire le bilan de puissance "production = consommation + pertes" comme pour la puissance active.

1.6 Expressions relatives aux dipôles

Considérons un dipôle soumis à une tension \bar{V} et parcouru par un courant \bar{I} , orientés selon la convention moteur, comme représenté à la figure 1.6.

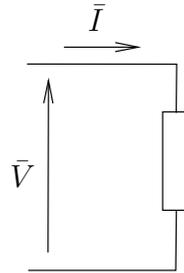


FIGURE 1.6 – dipôle

La table 1.1 donne les relations générales entre tension, courant et puissances consommées par le dipôle. La table 1.2 donne les expressions des puissances actives et réactives consommées par composants élémentaires des circuits passifs.

Il est important de noter qu'une inductance consomme de la puissance réactive, tandis qu'une capacité en produit. Le signe de la puissance réactive découle du choix de compter le courant réactif positif quand le courant est en retard sur la tension (cf. figure 1.3).

TABLE 1.1 – tension, courant et puissances dans un dipôle (convention moteur)

$\bar{V} = Z \bar{I} = (R + jX) \bar{I}$ Z : impédance R : résistance X : réactance	$\bar{I} = Y \bar{V} = (G + jB) \bar{V}$ Y : admittance G : conductance B : susceptance
$S = Z I^2$ $P = R I^2$ $Q = X I^2$	$S = Y^* V^2$ $P = G V^2$ $Q = -B V^2$

TABLE 1.2 – puissances consommées par les composants élémentaires des circuits passifs

	résistance R	inductance L	capacité C
$\theta - \psi$	0	$\pi/2$	$-\pi/2$
P	$R I^2 = \frac{V^2}{R}$	0	0
Q	0	$\omega L I^2 = \frac{V^2}{\omega L}$	$-\frac{I^2}{\omega C} = -\omega C V^2$

1.7 Facteur de puissance et compensation des charges

Considérons une charge alimentée sous tension \bar{V} et parcourue par un courant \bar{I} , comme illustré à la figure 1.6. Rappelons que la puissance active P correspond à la puissance utile consommée par la charge.

De (1.17) on tire l'expression du courant parcourant le circuit :

$$I = \frac{P}{V \cos \phi}$$

Cette relation montre que, pour une même puissance utile P et sous une tension V constante, le courant augmente d'autant plus que $\cos \phi$ est faible.

On désigne $\cos \phi$ sous le vocable de *facteur de puissance*. Le facteur de puissance est d'autant plus faible que le courant est fortement déphasé par rapport à la tension. Dans le cas d'une charge résistive, le facteur de puissance est égal à l'unité.

On a d'ailleurs à partir de (1.22) :

$$I = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V}$$

qui montre que pour une même puissance utile P et sous une tension V constante, le courant augmente avec la puissance réactive, consommée ou produite par la charge.

L'augmentation du courant I requiert d'utiliser des sections de conducteurs plus importantes, d'où un investissement plus important. Elle entraîne également des pertes RI^2 par effet Joule plus élevées dans les résistances des conducteurs traversés par le courant, d'où un coût de fonctionnement plus élevé.

Nous verrons ultérieurement que la consommation de puissance réactive entraîne également une chute des tensions, susceptible de gêner le bon fonctionnement de la charge.

La plupart des charges étant inductives (à cause de la présence de circuits magnétiques), donc consommatrices de puissance réactive, il y a intérêt à compenser ces dernières, c'est-à-dire à produire de la puissance réactive de sorte que l'ensemble présente un facteur de puissance aussi proche que possible de l'unité. Le moyen le plus simple consiste à brancher des condensateurs en parallèle sur la charge.

Considérons à titre d'exemple le cas d'une charge RL, comme représenté à la figure 1.7. Le facteur de puissance vaut :

$$\cos \phi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{RI^2}{\sqrt{R^2I^4 + \omega^2L^2I^4}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2L^2}}$$

Pour avoir une compensation idéale, il faut que la puissance réactive Q_c produite par le condensateur égale la puissance réactive Q_ℓ consommée par la charge, soit :

$$\begin{aligned} Q_c &= -Q_\ell \\ \Leftrightarrow \omega CV^2 &= \frac{\omega L V^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \\ \Leftrightarrow C &= \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \end{aligned}$$

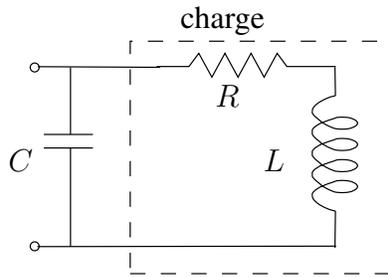


FIGURE 1.7 – compensation d’une charge inductive pour amélioration de son facteur de puissance

Notons que si la charge varie au cours du temps, il est nécessaire d’adapter le volume de compensation de manière à conserver un facteur de puissance aussi proche que possible de l’unité. Ceci peut être réalisé en disposant plusieurs condensateurs en parallèle et en enclenchant le nombre adéquat.

Pour des charges variant très rapidement, il peut devenir difficile de déclencher/enclencher les condensateurs au moyen de disjoncteurs, condamnés à une usure prématurée. On peut alors faire appel à l’électronique de puissance.

Notons enfin qu’une surcompensation conduit à une augmentation du courant au même titre qu’une absence de compensation.

La notion de facteur de puissance se définit également pour un générateur :

$$\cos \phi = \frac{P_g}{\sqrt{P_g^2 + Q_g^2}}$$

où P_g (resp. Q_g) est la puissance active (resp. réactive) produite par le générateur. Comme on le voit aisément, la valeur du facteur de puissance n’indique pas si le générateur produit ou consomme de la puissance réactive. Pour pallier cette carence, un usage assez répandu consiste à faire suivre la valeur du $\cos \phi$ par l’indication “inductif” (resp. “capacitif”) si le générateur produit (resp. consomme) de la puissance réactive, c’est-à-dire si la charge vue par le générateur est inductive (resp. capacitive).

Afin d’éviter cette ambiguïté, on peut utiliser la tangente plutôt que le cosinus de l’angle ϕ :

$$tg \phi = \frac{Q_g}{P_g}$$

Chapitre 2

Systemes et régimes triphasés équilibrés

Si l'on excepte la présence de liaisons haute tension à courant continu, la quasi-totalité du transport et de la distribution d'énergie électrique est réalisée au moyen de systèmes triphasés. Les avantages principaux de ce système sont l'économie de conducteurs et la possibilité de générer des champs magnétiques tournants dans les générateurs et dans les moteurs.

Dans ce chapitre, nous rappelons le principe de fonctionnement d'un tel système, en régime équilibré, ainsi que les grandeurs et les relations qui le caractérisent.

2.1 Principe

Un circuit triphasé équilibré est constitué de trois circuits identiques, appelés *phases*. Le régime triphasé équilibré est tel que les tensions et les courants aux points des trois phases qui se correspondent sont de même amplitude mais décalés dans le temps d'un tiers de période d'une phase à l'autre.

La figure 2.1 donne un exemple de système triphasé qui pourrait représenter un générateur alimentant une charge par l'intermédiaire d'une ligne de transport que nous supposons idéale, pour simplifier. On a pour les tensions indiquées sur cette figure :

$$\begin{aligned}v_a(t) &= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta) \\v_b(t) &= \sqrt{2}V \cos\left(\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \theta\right) = \sqrt{2}V \cos\left(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\v_c(t) &= \sqrt{2}V \cos\left(\omega\left(t - \frac{2T}{3}\right) + \theta\right) = \sqrt{2}V \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

et pour les courants :

$$i_a(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi) \tag{2.1}$$

$$i_b(t) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \psi\right) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{2.2}$$

$$i_c(t) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega\left(t - \frac{2T}{3}\right) + \psi\right) = \sqrt{2}I \cos\left(\omega t + \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{2.3}$$

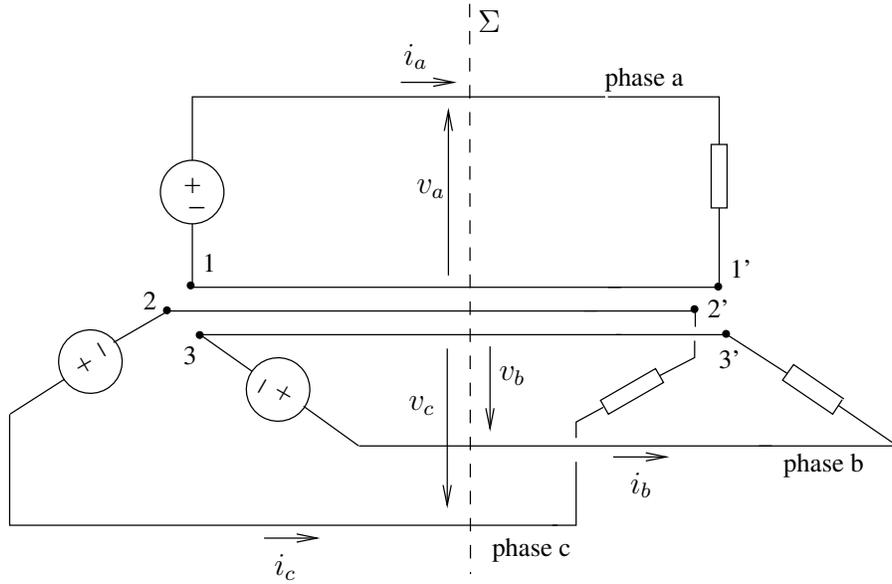


FIGURE 2.1 – circuit triphasé constitué de trois circuits monophasés

relations dans lesquelles on a tenu compte du fait que $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

Les diagrammes de phaseur relatifs aux tensions et aux courants se présentent sous forme d'étoiles aux branches de même amplitude et déphasées l'une par rapport à l'autre de $2\pi/3$ radians (120 degrés), comme représenté à la figure 2.2. On a donc pour les tensions :

$$\begin{aligned}\bar{V}_a &= V e^{j\theta} \\ \bar{V}_b &= V e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3})} = \bar{V}_a e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{V}_c &= V e^{j(\theta - \frac{4\pi}{3})} = \bar{V}_a e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \bar{V}_b e^{-j\frac{2\pi}{3}}\end{aligned}$$

et pour les courants :

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= I e^{j\psi} \\ \bar{I}_b &= I e^{j(\psi - \frac{2\pi}{3})} = \bar{I}_a e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{I}_c &= I e^{j(\psi - \frac{4\pi}{3})} = \bar{I}_a e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \bar{I}_b e^{-j\frac{2\pi}{3}}\end{aligned}$$

Il est clair que :

$$\bar{V}_a + \bar{V}_b + \bar{V}_c = 0 \quad (2.4)$$

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0 \quad (2.5)$$

Nous avons supposé que l'onde de tension de la phase b est en retard sur celle de la phase a et celle de la phase c en retard sur celle de la phase b . Dans le diagramme de la figure 2.2, un observateur placé en O voit passer les vecteurs tournants dans l'ordre a, b, c . On dit que les tensions $\bar{V}_a, \bar{V}_b, \bar{V}_c$ forment une *séquence directe*.

En fait, la configuration de la figure 2.1 présente peu d'intérêt. On peut obtenir un montage plus intéressant en regroupant les conducteurs de retour $11', 22'$ et $33'$ en un conducteur unique. Ce

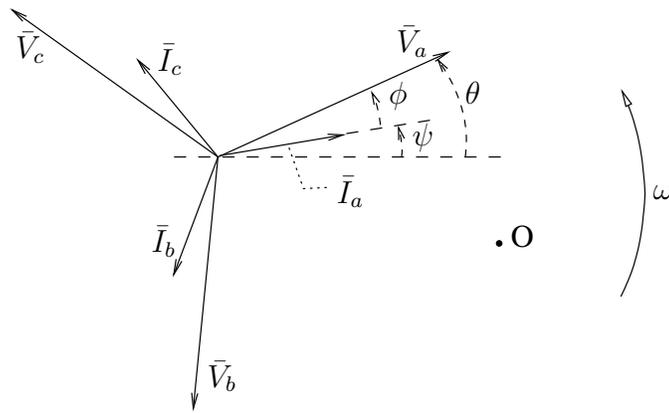


FIGURE 2.2 – diagramme de phaseur des tensions et courants en régime triphasé équilibré

dernier est parcouru par le courant total $\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$. On peut donc supprimer cette connexion sans modifier le fonctionnement du système, ce qui donne le circuit de la figure 2.3, typique des réseaux de transport à haute tension.

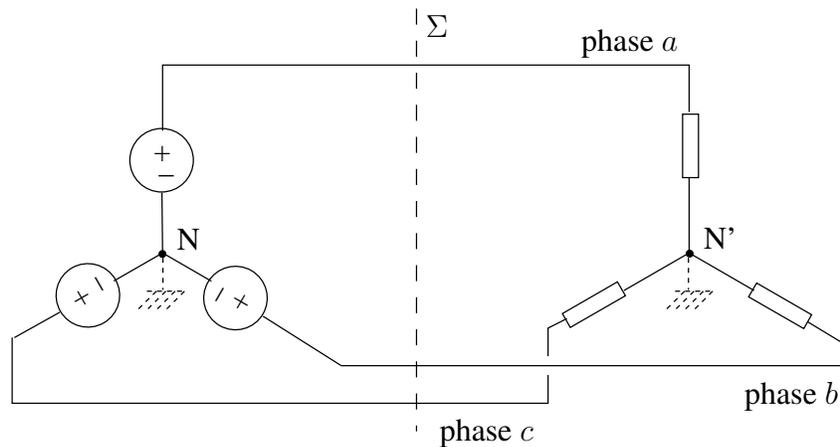


FIGURE 2.3 – un authentique circuit triphasé !

L'avantage du système triphasé de la figure 2.3 par rapport à un système monophasé est évident : la puissance transmise par le système triphasé à travers la coupe Σ vaut 3 fois celle transmise par une de ses phases, pour seulement 1,5 fois le nombre de conducteurs. De façon équivalente, le système triphasé de la figure 2.3 transporte autant de puissance que celui de la figure 2.1 mais avec moitié moins de conducteurs.

Les points tels que N et N' sont appelés *neutres*. En régime parfaitement équilibré, tous les neutres sont au même potentiel.

Les tensions \bar{V}_a , \bar{V}_b ou \bar{V}_c sont appelées *tensions de phase* ou *tensions phase-neutre*.

2.2 Tensions de ligne (ou composées)

Définissons à présent les différences :

$$\bar{U}_{ab} = \bar{V}_a - \bar{V}_b \quad (2.6)$$

$$\bar{U}_{bc} = \bar{V}_b - \bar{V}_c \quad (2.7)$$

$$\bar{U}_{ca} = \bar{V}_c - \bar{V}_a \quad (2.8)$$

Ces tensions sont appelées *tensions composées* ou *tensions entre phases* ou *tensions de ligne*.

Le diagramme de phaseur correspondant, représenté à la figure 2.4, fournit :

$$\bar{U}_{ab} = \sqrt{3} \bar{V}_a e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} V e^{j(\theta+\frac{\pi}{6})} \quad (2.9)$$

$$\bar{U}_{bc} = \sqrt{3} \bar{V}_b e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} V e^{j(\theta+\frac{\pi}{6}-\frac{2\pi}{3})} \quad (2.10)$$

$$\bar{U}_{ca} = \sqrt{3} \bar{V}_c e^{j\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} V e^{j(\theta+\frac{\pi}{6}-\frac{4\pi}{3})} \quad (2.11)$$

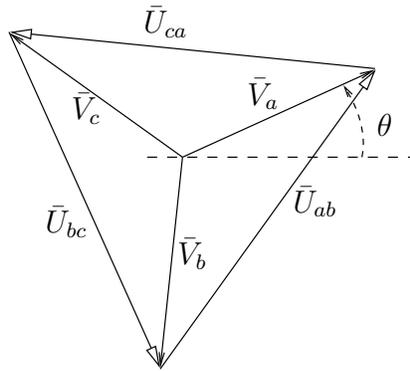


FIGURE 2.4 – tensions de phase et tensions de ligne

On voit que l'amplitude de la tension de ligne vaut $\sqrt{3}$ fois celle de la tension de phase et que \bar{U}_{ab} , \bar{U}_{bc} et \bar{U}_{ca} forment aussi une séquence directe.

Il est à noter qu'en pratique, quand on spécifie la tension d'un équipement triphasé, il s'agit, sauf mention contraire, de la *valeur efficace de la tension de ligne*. C'est le cas lorsque l'on parle, par exemple, d'un réseau à 380, 150, 70, etc. . . kV.

2.3 Connexions en étoile et en triangle

Il existe deux modes de connexion d'un équipement triphasé : en étoile ou en triangle, comme représenté à la figure 2.5.

Recherchons la relation entre les courants \bar{I}_{ab} et \bar{I}_a dans le montage en triangle. On a successivement :

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ab} + \bar{I}_{ac} = \frac{\bar{U}_{ab} + \bar{U}_{ac}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{U}_{ab} - \bar{U}_{ca}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{U}_{ab} - \bar{U}_{ab}e^{-j\frac{4\pi}{3}}}{Z_{\Delta}} = \frac{\bar{U}_{ab}}{Z_{\Delta}}(1 - e^{-j\frac{4\pi}{3}}) = \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \bar{I}_{ab}$$

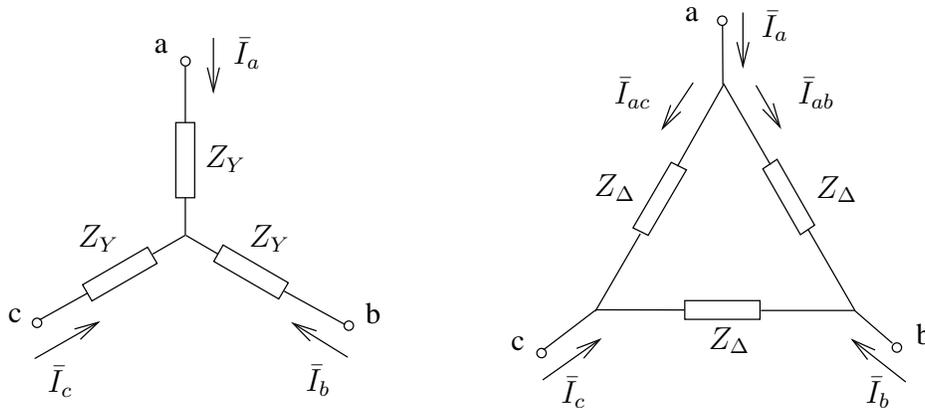


FIGURE 2.5 – connexion d’une charge triphasée en étoile et en triangle

dont on tire évidemment :

$$\bar{I}_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\frac{\pi}{6}} \bar{I}_a \quad (2.12)$$

Le cours de Circuits électriques (et plus précisément la méthode par transfiguration) a montré que, si l’on applique les mêmes tensions de phase \bar{V}_a , \bar{V}_b et \bar{V}_c aux deux montages, les courants de phase \bar{I}_a , \bar{I}_b et \bar{I}_c sont identiques à condition que :

$$Z_{\Delta} = 3 Z_Y \quad (2.13)$$

Une charge alimentée sous tension monophasée doit donc être placée dans une branche d’étoile ou de triangle, selon la valeur de la tension en question.

Les distributeurs d’électricité veillent à connecter les différentes charges monophasées de manière à équilibrer les trois phases. C’est pourquoi il est raisonnable de considérer que les charges vues du réseau de transport sont équilibrées.

Au niveau d’une habitation alimentée en triphasé (400 V entre phases), les équipements monophasés fonctionnant sous 230 V sont placés entre phase et neutre. On veille à répartir les équipements (p.ex. les pièces d’habitation) sur les phases de la manière la plus équilibrée possible. Evidemment, au niveau d’une habitation, il existe un déséquilibre. Les câbles d’alimentation sont dotés d’un conducteur de neutre et ce dernier est parcouru par un certain courant. Les neutres des différents consommateurs sont regroupés. Au fur et à mesure de ce groupement, le courant total de neutre devient négligeable devant les courants de phases. Notons que le câble d’alimentation peut être doté d’un cinquième conducteur, destiné à mettre les équipements à la terre.

Certaines charges, alimentées sous une tension sinusoïdale, produisent des harmoniques de courant. Ces derniers ont des effets indésirables telles que pertes supplémentaires, vibrations dans les machines, perturbations des équipements électroniques, etc... Il convient donc de prendre des mesures pour limiter leur propagation dans le réseau. Etant donné que dans un spectre de Fourier, l’énergie contenue dans une harmonique diminue quand le rang de cette harmonique (c’est-à-dire la fréquence) augmente, ce sont principalement les harmoniques de rang le plus bas qu’il faut supprimer (ou du moins atténuer).

La connexion des charges en triangle permet la suppression de certains harmoniques, comme le montrera un des exercices.

2.4 Analyse par phase

La symétrie qui existe entre les différentes phases permet de simplifier l'analyse d'un système triphasé équilibré. Il suffit en effet de déterminer tensions et courants dans une phase, pour obtenir automatiquement les tensions et courants dans les autres phases, par simple déphasage de $\pm 2\pi/3$ radians.

Pour pouvoir déterminer l'état électrique d'une phase en se passant des deux autres, deux opérations sont toutefois nécessaires :

- remplacer les charges connectées en triangle par leur schéma équivalent en étoile, en utilisant simplement la relation (2.13) ;
- s'affranchir des couplages inductifs et capacitifs entre phases. Cette opération simple est détaillée dans les deux sous-sections qui suivent.

2.4.1 Traitement des couplages inductifs entre phases

Considérons le circuit triphasé de la figure 2.6, dans lequel chaque phase possède une résistance, une self-inductance et un couplage inductif avec les autres phases.

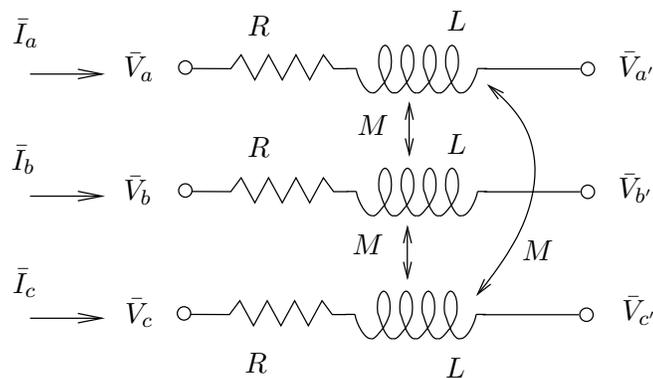


FIGURE 2.6 – couplage inductif entre phases

Les tensions d'extrémité sont liées aux courants par :

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{a'} \\ \bar{V}_{b'} \\ \bar{V}_{c'} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

relation dans laquelle on a supposé (idéalement) un parfait équilibre entre les phases (même terme diagonal dans chaque phase et même terme non-diagonal quelle que soit la paire de phases considérée).

La première composante de cette relation matricielle donne :

$$\bar{V}_a = \bar{V}_{a'} + Z_s \bar{I}_a + Z_m \bar{I}_b + Z_m \bar{I}_c$$

et en tenant compte du fait que le régime est équilibré :

$$\begin{aligned} \bar{V}_a &= \bar{V}_{a'} + [Z_s + Z_m(e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}})] \bar{I}_a \\ &= \bar{V}_{a'} + [Z_s - Z_m] \bar{I}_a \end{aligned}$$

Tout se passe donc comme si la phase a était seule mais présentait une impédance :

$$Z_{eq} = Z_s - Z_m \quad (2.14)$$

qui est appelée *impédance cyclique*. Insistons sur le fait que ce résultat n'est valable qu'en régime équilibré !

Dans le cas représenté à la figure 2.6, on trouve aisément que :

$$Z_{eq} = R + j\omega(L - M) \quad (2.15)$$

Le schéma équivalent "par phase" est donc celui de la figure 2.7.a. Dans ce schéma, la première loi de Kirchhoff impose un courant de retour \bar{I}_a . Comme on l'a dit plus haut, celui-ci n'existe pas dans le circuit triphasé.

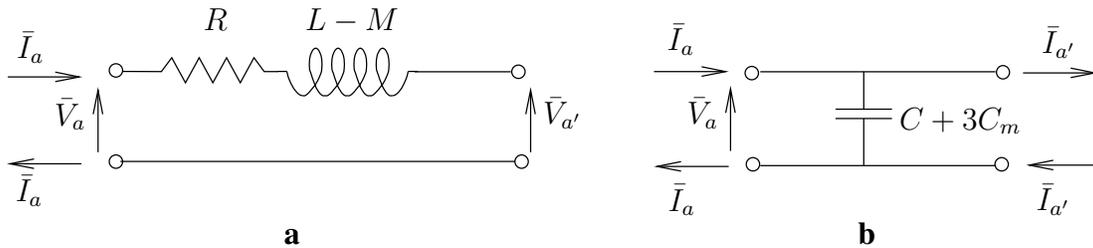


FIGURE 2.7 – schémas équivalents par phase des circuits des figures 2.6 et 2.8

2.4.2 Traitement des couplages capacitifs entre phases

Considérons à présent le circuit de la figure 2.8, dans lequel chaque phase possède un couplage capacitif avec la terre (capacité C) et avec les autres phases (capacité C_m).

La relation entre courants et tensions est :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a - \bar{I}_{a'} \\ \bar{I}_b - \bar{I}_{b'} \\ \bar{I}_c - \bar{I}_{c'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_s & Y_m & Y_m \\ Y_m & Y_s & Y_m \\ Y_m & Y_m & Y_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}$$

Notons ici encore l'hypothèse de parfaite symétrie triphasée. La première composante de cette relation matricielle donne :

$$\bar{I}_a - \bar{I}_{a'} = Y_s \bar{V}_a + Y_m \bar{V}_b + Y_m \bar{V}_c$$

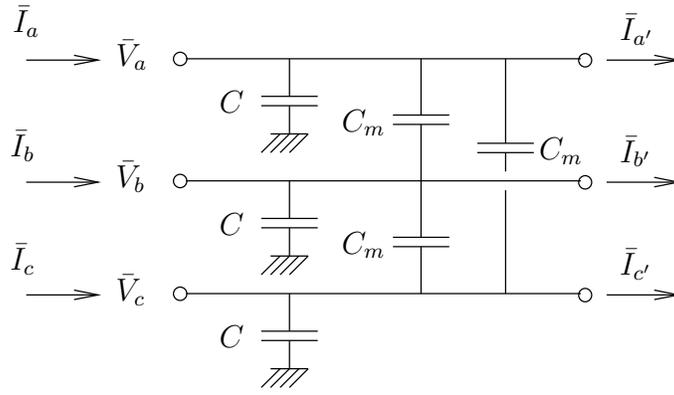


FIGURE 2.8 – couplage capacitif entre phases et avec la terre

et en tenant compte du fait que le régime est équilibré :

$$\begin{aligned}\bar{I}_a - \bar{I}_{a'} &= [Y_s + Y_m(e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}})] \bar{V}_a \\ &= [Y_s - Y_m] \bar{V}_a\end{aligned}$$

On voit que tout se passe comme si la phase a était seule mais avec une admittance entre phase et neutre :

$$Y_{eq} = Y_s - Y_m \quad (2.16)$$

Dans le cas représenté à la figure 2.8, on a $Y_s = j\omega C + 2j\omega C_m$ et $Y_m = -j\omega C_m$ et donc :

$$Y_{eq} = j\omega(C + 3C_m) \quad (2.17)$$

Le schéma équivalent par phase est donc celui de la figure 2.7.b.

2.4.3 Schéma unifilaire

L'analyse par phase se concrétise en particulier dans l'utilisation du *schéma unifilaire*. Il s'agit d'un diagramme monophasé, sans conducteur de retour, représentant les équipements qui composent un système de puissance. Un exemple est donné à la figure 2.9.

Les équipements tels que lignes, câbles, transformateurs, générateurs, charges, etc... sont reliés entre eux, dans les postes à haute tension, par l'intermédiaire de barres conductrices. Une barre est considérée comme un équipement équipotentiel. L'ensemble des trois barres relatives aux trois phases est appelé un *jeu de barres*. Les jeux de barres du système de la figure 2.9 sont A, B, ..., F.

2.5 Puissances en régime triphasé

La puissance instantanée traversant la coupe Σ des figures 2.1 et 2.3 vaut :

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$

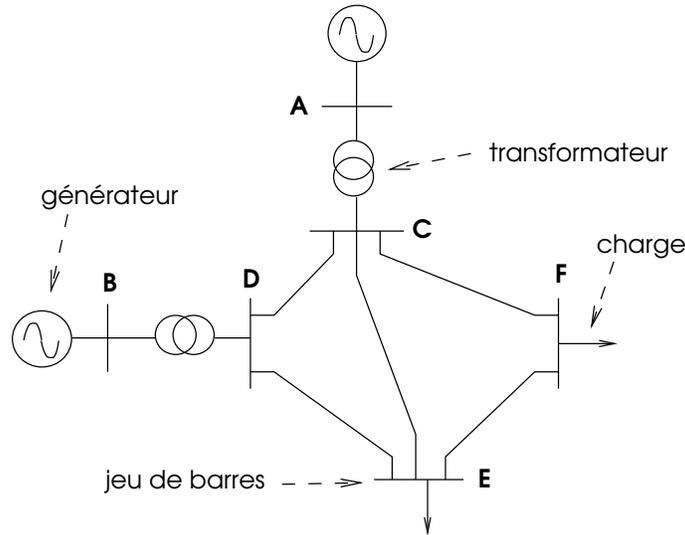


FIGURE 2.9 – schéma unifilaire d'un système de puissance

$$\begin{aligned}
 &= 2VI \left[\cos(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \psi) + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos\left(\omega t + \theta - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t + \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\
 &= 3VI \cos(\theta - \psi) \\
 &\quad + VI \left[\cos(2\omega t + \theta + \psi) + \cos\left(2\omega t + \theta + \psi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t + \theta + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
 &= 3VI \cos(\theta - \psi) = 3VI \cos \phi = 3P
 \end{aligned}$$

On voit que la puissance instantanée est une constante, égale à trois fois la puissance active P transférée à une des phases. Il n'y a donc pas de puissance fluctuante en régime triphasé équilibré.

Puisque la puissance réactive a été définie comme l'amplitude d'un des termes de la puissance fluctuante, on pourrait penser que la notion de puissance réactive n'est pas appelée à jouer un rôle en régime triphasé équilibré. Il n'en est rien. En fait, dans chaque phase, il y a une puissance fluctuante ; une de ses composantes correspond à l'énergie emmagasinée dans les bobines et les condensateurs de cette phase et son amplitude est la puissance réactive Q relative à la phase considérée. Simplement, les puissances fluctuantes des différentes phases sont décalées temporellement d'un tiers de période, de sorte que leur somme est nulle à tout instant.

La *puissance complexe triphasée* vaut, par extension de la formule monophasée :

$$S_{tri} = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^* = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_a e^{-j\frac{2\pi}{3}} \bar{I}_a^* e^{j\frac{2\pi}{3}} + \bar{V}_a e^{-j\frac{4\pi}{3}} \bar{I}_a^* e^{j\frac{4\pi}{3}} = 3\bar{V}_a \bar{I}_a^*$$

La partie réelle de S_{tri} est la *puissance active triphasée* :

$$P_{tri} = 3VI \cos \phi = 3P \quad (2.18)$$

tandis que la partie imaginaire est la *puissance réactive triphasée* :

$$Q_{tri} = 3VI \sin \phi = 3Q \quad (2.19)$$

La notion de puissance réactive triphasée est artificielle dans la mesure où il n'y a pas de puissance fluctuante triphasée. En fait, seule la puissance réactive par phase Q a une interprétation. $Q_{tri} = 3Q$

est une grandeur aussi artificielle que le serait un “courant triphasé $3I$ ”. Cependant, cette notion est universellement utilisée, pour des raisons de symétrie avec la puissance active.

En vertu de (2.9), on a :

$$P_{tri} = \sqrt{3}UI \cos \phi \quad (2.20)$$

$$Q_{tri} = \sqrt{3}UI \sin \phi \quad (2.21)$$

où U est la valeur efficace de la tension de ligne. Ces formules sont souvent utilisées parce qu’elles font intervenir U , elle-même utilisée pour désigner la tension. Notons toutefois que ces formules sont hybrides dans la mesure où ϕ est le déphasage entre le courant de ligne et la tension phase-neutre (et non pas la tension de ligne).

Chapitre 3

Le système “per unit”

3.1 Introduction

La plupart des calculs dans les systèmes électriques de puissance se font en traitant des grandeurs adimensionnelles. Ces dernières s’obtiennent en divisant chaque grandeur (tension, courant, puissance, etc. . .) par une grandeur de même dimension, appelée *base*. On dit que les grandeurs sans dimension ainsi obtenues sont exprimées en *per unit*, ce que l’on note par *pu*.

Cette pratique universellement répandue offre principalement les avantages suivants :

1. En per unit, les paramètres des équipements construits d’une manière semblable ont des valeurs assez proches, quelle que soit leur puissance nominale. Les valeurs des paramètres étant prévisibles, on peut :
 - vérifier plus aisément la plausibilité de données ou de résultats
 - affecter des valeurs par défaut à des paramètres manquants, lorsque l’on désire chiffrer en première approximation tel ou tel phénomène.
2. En per unit, les tensions sont, en régime de fonctionnement normal, proches de l’unité (càd proches de 1 pu). Ceci conduit généralement à un meilleur conditionnement numérique des calculs, par suite d’une moins grande dispersion des valeurs numériques.
3. Le passage en per unit fait disparaître les transformateurs idéaux qui sont présents dans les schémas équivalents des transformateurs réels. En d’autres termes, le système per unit permet de faire abstraction des différents niveaux de tension.

Exemple. La réactance interne d’une machine synchrone vaut typiquement entre 1.5 et 2.5 pu (dans la base de la machine). Pour une machine de caractéristiques 20 kV et 300 MVA, une réactance de 2.667Ω est-elle normale ? Même question pour une machine de caractéristiques 15 kV et 30 MVA.

Pour la première machine, l’impédance de base Z_B vaut, comme on le verra ci-après, $20^2/300 = 1.333 \Omega$. La réactance en per unit vaut donc $2.667/1.333 = 2$ pu, soit une valeur tout à fait normale.

Pour la seconde machine, Z_B vaut $15^2/30 = 7.5 \Omega$. La réactance en per unit vaut donc $2.667/7.5 = 0.356$ pu, soit une valeur anormalement faible.

3.2 Passage en per unit d'un circuit électrique

La mise en per unit des équations qui régissent un circuit électrique requiert le choix de *trois* grandeurs de base. Par exemple, si nous choisissons (arbitrairement) une puissance, une tension et un temps de base, que nous notons respectivement S_B , V_B et t_B , les autres grandeurs de base s'en déduisent en utilisant les lois fondamentales de l'électricité :

- courant de base : $I_B = \frac{S_B}{V_B}$
- impédance de base : $Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{V_B^2}{S_B}$
- flux de base : $\psi_B = V_B t_B$
- inductance de base : $L_B = \frac{\psi_B}{I_B} = \frac{V_B^2 t_B}{S_B}$
- pulsation de base : $\omega_B = \frac{Z_B}{L_B} = \frac{1}{t_B}$

Notons que, conformément à l'usage, V_B et I_B sont des valeurs *efficaces*.

On peut évidemment choisir une pulsation plutôt qu'un temps de base, tous deux étant liés par la dernière relation ci-dessus. Dans ce cours, nous choisissons pour ω_B la pulsation ω_N correspondant à la fréquence nominale f_N :

$$\omega_B = \omega_N = 2\pi 50 \quad \text{ou} \quad 2\pi 60$$

et donc :

$$t_B = \frac{1}{\omega_B} = \frac{1}{2\pi f_N} = \frac{1}{100\pi} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{120\pi}$$

Notons au passage que moyennant ce choix, une réactance à la fréquence f_N a la même valeur que l'inductance correspondante, puisque :

$$X_{pu} = \frac{X}{Z_B} = \frac{\omega_B L}{\omega_B L_B} = \frac{L}{L_B} = L_{pu}$$

Considérons à présent le passage en per unit d'une relation bien connue du régime sinusoïdal :

$$S = V I \cos(\theta - \psi) + j V I \sin(\theta - \psi)$$

On a successivement :

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B} = \frac{V I}{V_B I_B} \cos(\theta - \psi) + j \frac{V I}{V_B I_B} \sin(\theta - \psi) = V_{pu} I_{pu} \cos(\theta - \psi) + j V_{pu} I_{pu} \sin(\theta - \psi)$$

Comme cette relation ne fait pas intervenir le temps, t_B n'est pas utilisé. Seule la puissance et la tension de base sont utilisées en régime sinusoïdal.

Considérons ensuite la mise en per unit d'une équation différentielle typique du régime dynamique :

$$v = R i + L \frac{di}{dt}$$

On a successivement :

$$v_{pu} = \frac{v}{V_B} = \frac{R i}{Z_B I_B} + \frac{L}{\omega_B L_B I_B} \frac{d i}{d t} = R_{pu} i_{pu} + L_{pu} \frac{1}{\omega_B} \frac{d i_{pu}}{d t} = R_{pu} i_{pu} + L_{pu} \frac{d i_{pu}}{d t_{pu}}$$

Dans ce second exemple, le temps apparaît explicitement. On voit qu'il y a deux possibilités :

- soit toutes les grandeurs sont mises en per unit, y compris le temps : l'équation est alors strictement identique en unités physiques et en per unit ;
- soit on préfère conserver le temps en secondes : il apparaît alors un facteur $1/\omega_B$ devant l'opérateur de dérivation.

3.3 Passage en per unit de deux circuits magnétiquement couplés

Considérons deux bobines magnétiquement couplées, possédant respectivement n_1 et n_2 spires. Les flux totaux ψ_1 et ψ_2 embrassés par ces bobines sont reliés aux courants i_1 et i_2 qui les traversent par :

$$\psi_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (3.1)$$

$$\psi_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2 \quad (3.2)$$

En principe, la mise en per unit de ces deux circuits requiert de choisir 6 grandeurs de base (4 en régime sinusoïdal). Il existe toutefois deux contraintes pratiques, qui ne laissent en fait que 4 degrés de liberté (3 en régime sinusoïdal) :

1. **Temps identiques.** Pour des raisons de simplicité, on désire avoir le même temps en pu dans les deux circuits. On choisit donc :

$$t_{1B} = t_{2B} \quad (3.3)$$

2. **Symétrie des matrices d'inductances.** En Henrys, on a toujours $L_{12} = L_{21}$. Il est indiqué de conserver cette propriété après passage en per unit.

La relation (3.1) se met en per unit comme suit :

$$\psi_{1pu} = \frac{\psi_1}{\psi_{1B}} = \frac{L_{11}}{L_{1B}} \frac{i_1}{I_{1B}} + \frac{L_{12}}{L_{1B}} \frac{i_2}{I_{1B}} = L_{11pu} i_{1pu} + \frac{L_{12} I_{2B}}{L_{1B} I_{1B}} i_{2pu}$$

On en déduit la valeur de L_{12} en per unit :

$$L_{12pu} = \frac{L_{12} I_{2B}}{L_{1B} I_{1B}} \quad (3.4)$$

On obtient de même :

$$L_{21pu} = \frac{L_{21} I_{1B}}{L_{2B} I_{2B}}$$

Pour avoir $L_{12pu} = L_{21pu}$, il faut donc que :

$$\frac{I_{2B}}{L_{1B} I_{1B}} = \frac{I_{1B}}{L_{2B} I_{2B}}$$

soit après calcul :

$$S_{1B} t_{1B} = S_{2B} t_{2B}$$

Etant donné que l'on a choisi le même temps de base dans les deux circuits, il faut, pour conserver la symétrie de la matrice d'inductances, choisir également la même puissance de base :

$$S_{1B} = S_{2B} \quad (3.5)$$

Un système per unit qui satisfait à (3.3, 3.5) est dit *réciproque*. En effet, la matrice d'inductance des deux bobines étant symétrique, le quadripôle correspondant est réciproque.

En application de ce raisonnement, dans un circuit comportant plusieurs niveaux de tension reliés par des transformateurs, on choisira partout un même temps de base t_B et une même puissance de base S_B . Ensuite, à chaque niveau de tension, on choisira une tension de base V_B .

3.4 Passage en per unit d'un système triphasé

Un circuit triphasé n'est jamais qu'un cas particulier de circuit et l'on peut lui appliquer ce qui précède, c'est-à-dire choisir :

- partout : un temps de base t_B et une puissance de base S_B
- par niveau de tension : une tension de base V_B entre phase et neutre, à laquelle on va rapporter toutes les tensions entre phase et neutre.

On notera que le choix d'une même tension de base pour les 3 phases a du sens puisque le système est conçu avec la même tension nominale dans chaque phase.

En ce qui concerne le choix de S_B , il convient de distinguer régimes équilibrés et déséquilibrés.

3.4.1 Régime déséquilibré - analyse des 3 phases

Si le régime est déséquilibré, il y a lieu d'analyser chacune des trois phases. Dans ce cas, il est confortable de prendre une puissance *monophasée* comme base S_B . On en déduit le courant de base :

$$I_B = \frac{S_B}{V_B} \quad (3.6)$$

l'impédance de base :

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (3.7)$$

et ainsi de suite pour les autres grandeurs.

Que devient, en per unit, l'expression de la puissance complexe transmittant dans les trois phases ? On a :

$$S = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^*$$

et en divisant par S_B , on obtient la puissance en per unit :

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B} = \frac{\bar{V}_a}{V_B} \frac{\bar{I}_a^*}{I_B} + \frac{\bar{V}_b}{V_B} \frac{\bar{I}_b^*}{I_B} + \frac{\bar{V}_c}{V_B} \frac{\bar{I}_c^*}{I_B} = \bar{V}_{apu} \bar{I}_{apu}^* + \bar{V}_{bpu} \bar{I}_{bpu}^* + \bar{V}_{c pu} \bar{I}_{c pu}^*$$

On voit que l'expression est la même, que l'on travaille en unités physiques ou per unit. Ce confort justifie le choix de S_B . Il est bien évident qu'on peut faire un autre choix, à condition d'ajuster les relations en per unit par rapport aux expressions en unités physiques.

3.4.2 Régime équilibré - analyse par phase

Comme on l'a vu dans un chapitre antérieur, si le régime est équilibré, l'analyse du système triphasé peut se ramener à l'analyse d'une de ses phases. Dans ce cas, comme montré ci-après, il est plus confortable de prendre une puissance *triphasee* comme base S_B . On en déduit le courant de base :

$$I_B = \frac{S_B}{3V_B}, \quad (3.8)$$

l'impédance de base :

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{3V_B^2}{S_B} \quad (3.9)$$

et ainsi de suite pour les autres grandeurs.

L'expression de la puissance complexe dans les trois phases devient, compte tenu de l'équilibre entre phases :

$$S = \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^* = 3 \bar{V}_a \bar{I}_a^*$$

où le choix de la phase a est évidemment arbitraire. En per unit, cette expression devient :

$$S_{pu} = \frac{S}{S_B} = \frac{3 \bar{V}_a \bar{I}_a^*}{3 V_B I_B} = \bar{V}_{apu} \bar{I}_{apu}^*$$

c'est-à-dire la puissance calculée dans le circuit monophasé relatif à une phase. Le système per unit prolonge la technique de l'analyse par phase en ce sens que les calculs en per unit ne doivent plus du tout tenir compte de la présence des deux autres phases. Le facteur 3 intervenant dans la puissance disparaît.

Evidemment, une fois effectuée l'analyse de la phase a , en per unit, on revient à la puissance triphasée, en MW, Mvar ou MVA, par la multiplication par S_B , cette dernière valeur incluant le facteur 3 qui tient compte de la présence de 3 phases.

Remarques

1. Comme on l'a déjà mentionné, l'usage est de caractériser la tension d'un système triphasé par la valeur efficace de la tension *entre phases*. En désignant par U_B la tension de base de cette nature, les grandeurs de base I_B et Z_B sont données par :

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_B} \quad Z_B = \frac{U_B^2}{S_B} \quad (3.10)$$

2. La puissance de base triphasée valant trois fois la puissance monophasée, les impédances de base (3.7) et (3.9) ont la même valeur dans les deux systèmes. Il en est donc de même des impédances en per unit.

3.5 Changement de base

Enfin, en pratique, on est souvent amené à transférer d'une base à une autre des paramètres fournis en per unit. Les formules s'établissent aisément comme suit.

Pour un système triphasé, une impédance Z (en ohms) vaut en per unit :

$$\text{dans la première base : } Z_{pu1} = \frac{Z}{Z_{B1}} = \frac{Z S_{B1}}{3V_{B1}^2}$$

$$\text{dans la seconde base : } Z_{pu2} = \frac{Z}{Z_{B2}} = \frac{Z S_{B2}}{3V_{B2}^2}$$

En divisant une relation par l'autre, on trouve aisément :

$$Z_{pu2} = Z_{pu1} \frac{S_{B2}}{S_{B1}} \left(\frac{V_{B1}}{V_{B2}} \right)^2 \quad (3.11)$$

Chapitre 4

Quelques propriétés du transport de l'énergie électrique

Dans ce chapitre nous montrons quelques propriétés fondamentales du fonctionnement des réseaux d'énergie électrique en régime établi et nous introduisons quelques notions importantes.

Sauf mention contraire, les expressions sont en per unit.

4.1 Transit de puissance et chute de tension dans une liaison

4.1.1 Modèle et relations principales

Considérons le système simple de la figure 4.1. Il comporte deux jeux de barres (ou noeuds électriques, ou simplement noeuds) reliés par une ligne ou un câble, dont nous supposons que le schéma par phase consiste simplement en une résistance R en série avec une réactance X . Les conclusions qui suivent restent d'application quand on inclut des capacités shunt dans le modèle de la ligne ou si l'on considère un transformateur à la place de la ligne (voir les chapitres consacrés à ces composants).

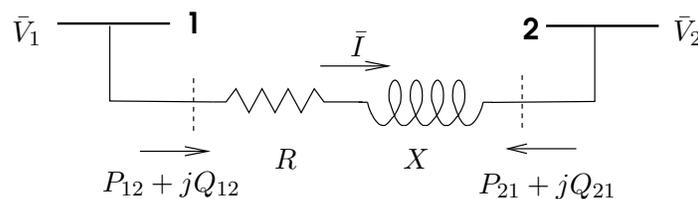


FIGURE 4.1 – système simple à deux jeux de barres

Par un choix approprié de l'origine des temps, on peut supposer que le phaseur de la tension au noeud 1 a une phase nulle. Posons :

$$\bar{V}_1 = V_1 e^{j0} = V_1 \quad \text{et} \quad \bar{V}_2 = V_2 e^{j\theta_2} = V_2 \angle \theta_2$$

Soit \bar{I} le courant parcourant la ligne. Soient P_{12} et Q_{12} les puissances active et réactive entrant dans la ligne par le noeud 1 (cf figure 4.1). On a évidemment :

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - (R + jX)\bar{I} \quad (4.1)$$

Il y correspond le diagramme de phaseur de la figure 4.2.

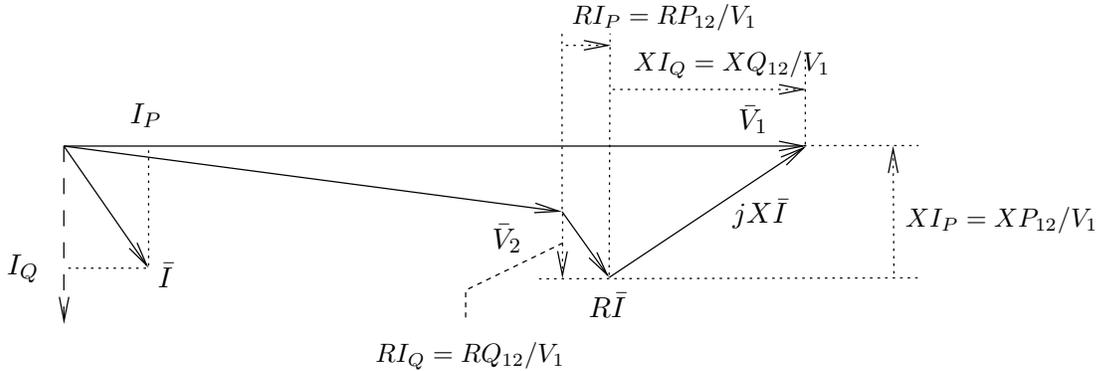


FIGURE 4.2 – diagramme de phaseur relatif au système de la figure 4.1

Etablissons l'expression de la tension \bar{V}_2 en fonction de la tension \bar{V}_1 et des transits de puissance P_{12} et Q_{12} . On a :

$$P_{12} + jQ_{12} = \bar{V}_1 \bar{I}^* \quad (4.2)$$

d'où l'on tire :

$$\bar{I} = \frac{P_{12} - jQ_{12}}{\bar{V}_1^*} = \frac{P_{12} - jQ_{12}}{V_1}$$

En introduisant cette dernière relation dans (4.1), on obtient :

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - (R + jX) \left[\frac{P_{12} - jQ_{12}}{V_1} \right] = \bar{V}_1 - \frac{RP_{12} + XQ_{12}}{V_1} - j \frac{XP_{12} - RQ_{12}}{V_1} \quad (4.3)$$

On peut retrouver ce résultat au départ de la figure 4.2, en considérant que :

- la projection de \bar{I} sur \bar{V}_1 est le courant actif $I_P = P_{12}/V_1$
- la projection de \bar{I} sur la perpendiculaire à \bar{V}_1 est le courant réactif $I_Q = Q_{12}/V_1$.

4.1.2 Effet du transport de puissance active et réactive

Comme nous le verrons, dans les réseaux de transport à Très Haute Tension (THT), la valeur de la résistance R est faible devant celle de la réactance X . Il est à noter que cette simplification ne s'applique pas aux réseaux de distribution à Moyenne Tension (MT) où R est du même ordre de grandeur que X . Si l'on suppose donc $R = 0$, la relation (4.3) se simplifie en :

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \frac{XQ_{12}}{V_1} - j \frac{XP_{12}}{V_1} \quad (4.4)$$

Le diagramme de phaseur correspondant est donné à la figure 4.3.

Cette figure montre de plus la variation de la tension \bar{V}_2 sous l'effet de variations supplémentaires de la puissance active (passage du point O au point A) et de la puissance réactive (passage de O en B), la tension V_1 étant supposée constante. On peut en conclure que :

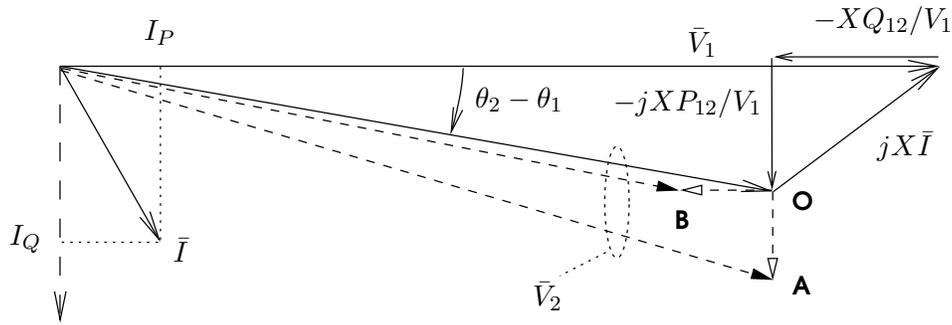


FIGURE 4.3 – diagramme de phaseur de la fig. 4.2 quand $R = 0$

- le transfert de puissance active crée une chute de tension en quadrature avec \bar{V}_1 . Si l'on suppose, comme c'est le cas en pratique, que $\|\bar{V}_2 - \bar{V}_1\|$ est faible devant V_1 , on peut conclure que *le transport de puissance active induit principalement un déphasage des tensions* ;
- le transfert de puissance réactive crée une chute de tension en phase avec \bar{V}_1 . On peut en conclure que *le transport de puissance réactive induit principalement une chute des (modules des) tensions*.

4.1.3 Transport de puissance réactive à longue distance

Dans les réseaux de transport à THT, il est d'usage de dire que *la puissance réactive ne se transporte pas aisément sur de longues distances*. Ce fait peut être illustré comme suit sur notre exemple à deux noeuds.

Le bilan de puissance complexe de la liaison fournit :

$$P_{12} = -P_{21} + RI^2 \quad (4.5)$$

$$Q_{12} = -Q_{21} + XI^2 \quad (4.6)$$

Comme X est beaucoup plus grand que R , on voit que les pertes réactives sont nettement plus élevées que les pertes actives. Ainsi, si les puissances active et réactive entrent en quantités égales dans la liaison, il sort à l'autre extrémité nettement moins de puissance réactive que de puissance active.

Par ailleurs, nous venons de voir que le transfert de puissance réactive va de pair avec une variation des (modules des) tensions. Transférer beaucoup de puissance réactive requiert des chutes de tension importantes. En pratique, ceci n'est pas acceptable car les tensions aux différents noeuds d'un réseau doivent rester dans une plage de quelques pour-cents autour des valeurs nominales, sous peine de fonctionnement incorrect des matériels.

Une telle limitation n'existe pas pour la puissance active car le déphasage des tensions n'a pas de conséquence directe pour les équipements.

4.1.4 Expressions des transits en fonction des tensions

Etablissons à présent l'expression des puissances P_{12} et Q_{12} en fonction des modules et des phases des tensions aux extrémités. Pour plus de généralité, nous considérerons le cas où $\theta_1 \neq 0$.

Définissons l'admittance :

$$Y = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = |Y| e^{j\eta} = |Y| (\cos \eta + j \sin \eta) \quad (4.7)$$

On obtient à partir des relations (4.1,4.2) :

$$P_{12} + jQ_{12} = \bar{V}_1 \bar{I}^* = \bar{V}_1 [Y(\bar{V}_1 - \bar{V}_2)]^* = |Y| e^{-j\eta} V_1^2 - |Y| V_1 V_2 e^{j(\theta_1 - \theta_2 - \eta)} \quad (4.8)$$

En égalant parties réelle et imaginaire des deux membres, on obtient les relations recherchées :

$$P_{12} = |Y| \cos \eta V_1^2 - |Y| V_1 V_2 \cos(\theta_1 - \theta_2 - \eta) \quad (4.9)$$

$$Q_{12} = -|Y| \sin \eta V_1^2 - |Y| V_1 V_2 \sin(\theta_1 - \theta_2 - \eta) \quad (4.10)$$

On établit de la même manière (ou plus simplement en permutant les indices 1 et 2) l'expression des puissances *entrant* dans la ligne du côté du noeud 2 :

$$P_{21} = |Y| \cos \eta V_2^2 - |Y| V_1 V_2 \cos(\theta_2 - \theta_1 - \eta) \quad (4.11)$$

$$Q_{21} = -|Y| \sin \eta V_2^2 - |Y| V_1 V_2 \sin(\theta_2 - \theta_1 - \eta) \quad (4.12)$$

Sous l'hypothèse $R = 0$, on a évidemment $|Y| = \frac{1}{X}$ et $\eta = -\frac{\pi}{2}$ et les relations ci-dessus deviennent simplement :

$$P_{12} = \frac{V_1 V_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{X} \quad (4.13)$$

$$Q_{12} = \frac{V_1^2 - V_1 V_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{X} \quad (4.14)$$

$$P_{21} = \frac{V_2 V_1 \sin(\theta_2 - \theta_1)}{X} \quad (4.15)$$

$$Q_{21} = \frac{V_2^2 - V_2 V_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)}{X} \quad (4.16)$$

Ces relations sont utilisées dans de très nombreux raisonnements.

4.2 Caractéristique QV à un jeu de barres d'un réseau

Dans cette section, nous nous intéressons à la relation entre la puissance réactive Q injectée en un jeu de barres et la tension V à celui-ci, toute autre chose restant constante. Choisissons de compter Q positif quand la puissance entre dans le réseau. Le développement qui suit est limité à une seule source de puissance réactive et ne rend pas compte des interactions entre deux sources voisines.

Dans une certaine plage de variation, on peut représenter un réseau vu d'un de ses jeux de barres par un schéma équivalent de Thévenin (cf figure 4.4.a). Rappelons le

Théorème de Thévenin. Vu d'un accès, un circuit linéaire peut être remplacé par un schéma équivalent composé d'une source de tension en série avec une impédance. La f.e.m. de la source équivalente est la tension apparaissant à vide à l'accès considéré. L'impédance équivalente est l'impédance vue de l'accès après avoir passifié le circuit, c'est-à-dire avoir annulé les f.e.m. (resp. les courants) des sources de tension (resp. de courant) indépendantes.

Nous supposons que l'impédance de Thévenin est essentiellement inductive, hypothèse déjà discutée. Quant à la f.e.m. de Thévenin, dans le cas qui nous occupe, c'est la tension relevée au jeu de barres lorsqu'aucune puissance n'y est produite ni consommée.

Considérons à présent l'injection d'une puissance réactive Q en ce jeu de barres. Comme aucune puissance active n'est injectée, la relation (4.13) montre qu'il n'y a pas de déphasage entre la tension du jeu de barres et la f.e.m. de Thévenin, tandis que (4.14) fournit l'expression de la puissance réactive Q entrant dans l'équivalent :

$$Q = \frac{V^2 - V E_{th}}{X_{th}} \quad (4.17)$$

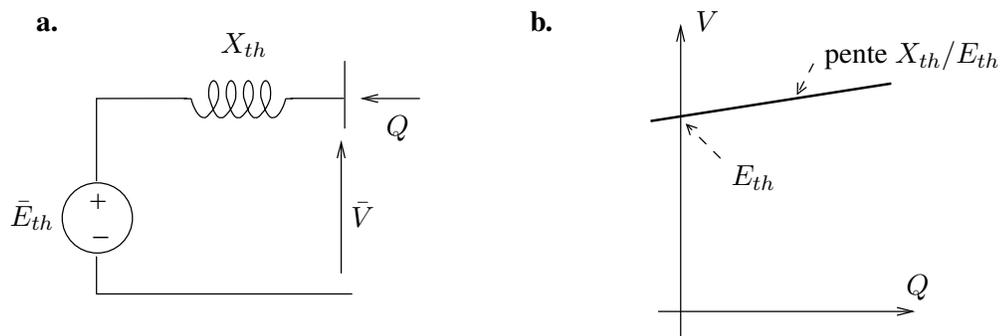


FIGURE 4.4 – schéma équivalent de Thévenin et caractéristique QV d'un réseau

Sous les hypothèses adoptées plus haut, l'équation (4.17) nous indique que la relation entre Q et V est quadratique. Cependant, pour des variations de tension suffisamment faibles autour de E_{th} , cette relation peut être linéarisée. Le coefficient angulaire de la droite correspondante (cf figure 4.4.b) est donné par :

$$\left. \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial V}} \right)_{V=E_{th}} = \left. \frac{X_{th}}{2V - E_{th}} \right)_{V=E_{th}} = \frac{X_{th}}{E_{th}}$$

On voit donc que, suite à des variations de la puissance réactive en un jeu de barres, les variations de tension y sont d'autant plus faibles que la réactance de Thévenin vue de ce jeu de barres est faible.

La représentation d'un ensemble aussi complexe qu'un système d'énergie électrique par un simple schéma équivalent de Thévenin est évidemment une abstraction assez forte. Des remarques s'imposent à ce sujet :

- les résultats ci-dessus ne sont pas valables pour de grandes variations de V et/ou de Q . En effet, dans ce cas, la caractéristique n'est plus linéaire, non seulement à cause de la relation (4.17)

mais surtout à cause du passage en limite de production réactive des générateurs (voir chapitre relatif à la régulation de tension), ce qui modifie les paramètres de Thévenin ;

- après une variation brutale de la puissance réactive, la réactance de Thévenin varie dans le temps. Ceci provient du fait que le système le siège de dynamiques provenant de ses composants et de ses régulations. La réactance de Thévenin vue dans les tout premiers instants doit être calculée en tenant compte du comportement des composants ; elle diffère de la réactance de Thévenin qui caractérise le passage d'un point de fonctionnement en régime établi à un autre ;
- lorsqu'un réseau perd un de ses composants (ligne, transformateur, générateur), les paramètres de Thévenin se modifient. Dans de nombreux cas, E_{th} diminue et X_{th} augmente suite à un tel incident.

4.3 Puissance de court-circuit

4.3.1 Définition

La notion de *puissance de court-circuit* est importante et très utilisée en pratique. Elle est définie par :

$$S_{cc} = 3V_N I_{cc} = \sqrt{3}U_N I_{cc} \quad (4.18)$$

où V_N est la valeur nominale de la tension entre phase et neutre, U_N celle de la tension de ligne et I_{cc} le courant circulant dans (chaque phase d'un) court-circuit triphasé sans impédance au jeu de barres considéré.

Notons que S_{cc} ne représente pas une puissance au sens physique du terme. En effet, les grandeurs intervenant dans cette formule ne se rapportent pas à la même configuration, puisque V_N est la tension *avant* court-circuit et I_{cc} le courant *pendant* le court-circuit.

4.3.2 Relation avec l'équivalent de Thévenin

Il existe une relation très simple entre la puissance de court-circuit en un jeu de barres et le schéma équivalent de Thévenin du réseau vu de ce jeu de barres. Supposons pour simplifier que la tension phase-neutre au jeu de barres avant court-circuit est égale à la tension nominale V_N ; c'est également la valeur de la f.e.m. de Thévenin. On déduit aisément de la figure 4.5 l'amplitude du courant de court-circuit :

$$I_{cc} = \frac{V_N}{|Z_{th}|} \quad (4.19)$$

Il en résulte que la puissance de court-circuit est donnée par :

$$S_{cc} = 3 \frac{V_N^2}{|Z_{th}|} = \frac{U_N^2}{|Z_{th}|} \quad (4.20)$$

En per unit, l'expression (4.20) se simplifie encore. Soit S_B la puissance de base triphasée. Prenons la tension nominale U_N comme tension de base U_B (entre phases). La puissance de court-circuit

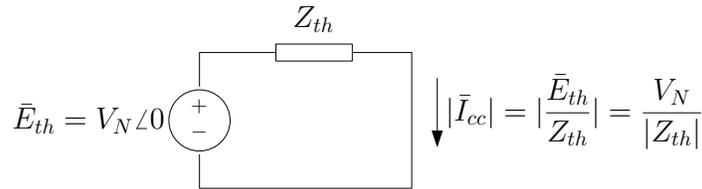


FIGURE 4.5 – court-circuit aux bornes du schéma équivalent de Thévenin (schéma par phase)

vaut en per unit :

$$S_{cc,pu} = \frac{S_{cc}}{S_B} = \frac{U_N^2}{|Z_{th}| S_B} = \frac{U_B^2}{S_B} \frac{1}{|Z_{th}|} = \frac{Z_B}{|Z_{th}|} = \frac{1}{|Z_{th,pu}|}$$

On voit donc que spécifier la puissance de court-circuit est une manière détournée de spécifier l'amplitude de l'impédance de Thévenin vue du jeu de barres concerné.

Comme on l'a déjà mentionné, dans le cas d'un réseau de transport, l'impédance de Thévenin peut être approximée par une réactance X_{th} et on a simplement :

$$S_{cc,pu} = \frac{1}{X_{th,pu}}$$

Lorsque l'impédance de Thévenin tend vers zéro, la puissance de court-circuit tend vers l'infini. A la limite, on parle de *jeu de barres infini*.

4.3.3 Inconvénient d'une puissance de court-circuit trop élevée

Pour un niveau de tension donné, caractérisé par V_N , une puissance de court-circuit élevée signifie des courants de court-circuit élevés, que les disjoncteurs pourraient ne pas être capables de couper (impossibilité d'éteindre l'arc électrique qui se forme dans la chambre de coupure, au fur et à mesure que les contacts s'éloignent).

Illustrons ceci par l'exemple de la figure 4.6. Considérons une ligne de transport reliant les jeux de barres A et B, simplement représentée par sa réactance X_l . Le réseau vu du jeu de barres A (sans la contribution de la ligne A-B) est remplacé par son équivalent de Thévenin. Un court-circuit sans impédance¹ survient à un endroit situé à une fraction f de la longueur de la ligne, comptée à partir du jeu de barres A. La ligne est équipée des disjoncteurs d1 et d2 à ses extrémités. Le court-circuit étant sans impédance, la valeur efficace du courant dans le disjoncteur d1 vaut :

$$I_{cc1} = \frac{E_{th}}{X_{th} + f X_l} \quad (4.21)$$

Plus la puissance de court-circuit est élevée, plus X_{th} est faible et plus le courant I_{cc1} est important.

1. aussi appelé court-circuit *franc*

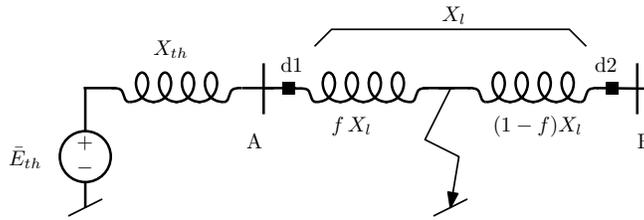


FIGURE 4.6 – illustration de l’effet de la puissance de court-circuit

4.3.4 Inconvénients d’une puissance de court-circuit trop faible

Une puissance de court-circuit trop faible présente plusieurs inconvénients.

1. Lorsqu’un court-circuit se produit dans un réseau, les tensions au voisinage tombent à des valeurs très faibles. A l’endroit du court-circuit c’est inévitable. Cependant, à une certaine distance, il est souhaitable que les tensions gardent des valeurs suffisantes afin de ne pas perturber les charges.

Revenons à l’exemple de la figure 4.6. Pendant le court-circuit, la tension au jeu de barres A vaut :

$$V_A = \frac{f X_l}{X_{th} + f X_l} E_{th} \quad (4.22)$$

A condition que f ne soit pas trop proche de zéro (auquel cas V_A est inévitablement faible), la tension en A est d’autant plus élevée que X_{th} est faible, c’est-à-dire que la puissance de court-circuit est élevée.

2. On a vu à la section 4.2 que la tension en un jeu de barres varie d’autant plus fortement avec la puissance réactive injectée que l’impédance de Thévenin est élevée. Une puissance de court-circuit trop faible expose donc à des fluctuations de tension plus importantes.

C’est pourquoi il importe aussi que des charges fluctuant rapidement soient connectées à des jeux de barres où la puissance de court-circuit est suffisamment élevée.

3. Certaines protections sont conçues pour fonctionner avec des puissances de court-circuit suffisamment importantes.

4.3.5 Facteurs influençant la puissance de court-circuit

La puissance de court-circuit en un jeu de barres est influencée par divers facteurs discutés ci-après.

Elle est d’autant plus élevée qu’il y a dans le voisinage du jeu de barres un nombre important de centrales produisant au moyen de machines synchrones. Cette machine se comporte durant un court-circuit comme une f.e.m. constante derrière une réactance (caractéristique de la machine). En présence d’un court-circuit proche, cette f.e.m. produit un courant important. Les machines sont dimensionnées pour supporter ces courants importants, le temps qu’ils soient éliminés par les protections. Comme représenté à la figure 4.7, les courants produits par les diverses machines s’additionnent², ce qui augmente I_{cc} et donc S_{cc} .

2. en pratique, les phases des courants sont assez proches

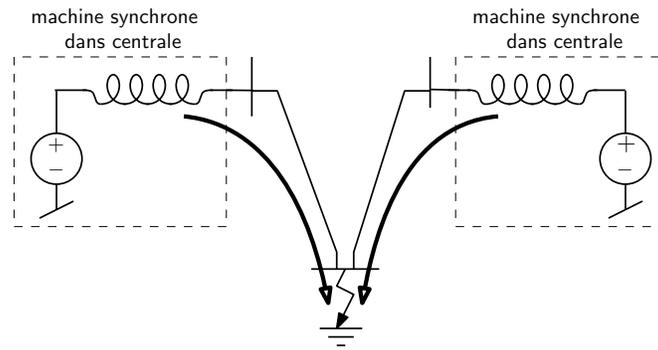


FIGURE 4.7 – contribution au courant de court-circuit des machines synchrones des centrales

Pour la même raison, la puissance de court-circuit augmente si la puissance nominale des centrales voisines du jeu de barres augmente.

Avec l'essor de la production d'origine renouvelable, on assiste au remplacement des centrales traditionnelles par des unités de production de plus petites tailles et connectées aux réseaux de distribution via des convertisseurs électroniques (onduleurs). Il en résulte, au niveau du réseau de transport, une diminution progressive du nombre de f.e.m. susceptibles de soutenir la tension en cas de court-circuit, ce qui se traduit par une diminution de la puissance de court-circuit.

De plus, les convertisseurs électroniques en question ne se comportent pas comme des machines synchrones. Ils ne présentent pas de f.e.m. internes. Au contraire, ils sont dotés de protections dont le but est limiter l'amplitude du courant délivré à sa valeur nominale (maximum en régime établi), voire de déconnecter l'unité de production si la durée du creux de tension dépasse une valeur spécifiée.

La puissance de court-circuit a tendance à diminuer avec la consommation totale du réseau, par exemple lors des creux de consommation de la nuit ou en été. En effet, la charge plus faible conduit à avoir moins de machines synchrones en service.

Le module de l'impédance de Thévenin diminue et, donc, la puissance de court-circuit augmente avec le nombre de lignes, de câbles ou de transformateurs connectés au jeu de barres considéré, et plus généralement avec le degré de maillage du réseau.

Ceci peut conduire, dans les postes, à fonctionner avec plusieurs jeux de barres séparés, car leur connexion en un jeu de barres unique conduirait à des courants de courts-circuits trop importants par rapport à la capacité de coupure des disjoncteurs disponibles. La situation avec et sans fermeture du disjoncteur de couplage de barres est montrée à la figure 4.8, où les flèches indiquent les contributions au courant de court-circuit.

La puissance de court-circuit diminue avec la tension nominale V_N (ou U_N). Ceci résulte bien évidemment de la présence de V_N dans la formule (4.18) mais aussi de la décroissance de I_{cc} avec le niveau de tension. En effet, plus on descend en tension, moins il y a de centrales puissantes connectées. A titre indicatif, le tableau ci-dessous donne des ordres de grandeur de I_{cc} et de S_{cc} par niveau de tension dans le réseau belge.

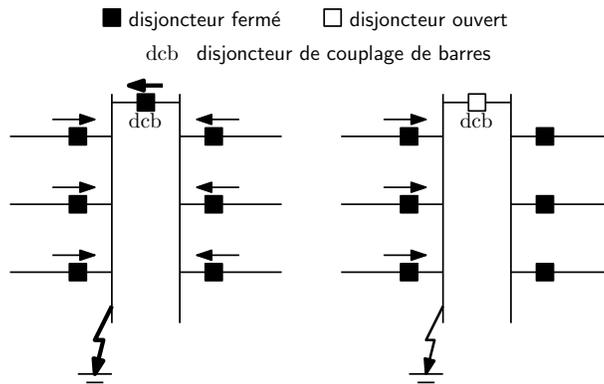


FIGURE 4.8 – fonctionnement à jeu de barres unique (à gauche) et à jeux de barres séparés (à droite)

Ordres de grandeur des courants et puissances de court-circuit dans le réseau belge

U_N (kV)	I_{cc} (A)	S_{cc} (MVA)
380	45 000	30 000
150	38 000	10 000
70	5 000	600
15	3 000	80

4.4 Limites de fonctionnement d'un réseau

Des contraintes obligent souvent à exploiter un réseau à l'intérieur de certaines limites. On pense évidemment d'emblée aux limites thermiques, qui interdisent de faire passer dans les lignes, les câbles et les transformateurs des courants supérieurs à leurs seuils respectifs. Il existe d'autres limites qui, dans certains réseaux, peuvent être plus contraignantes que les limites thermiques : par exemple, tensions aux noeuds comprises dans les limites acceptables, stabilité sous différentes formes.

Certaines de ces contraintes s'expriment par la puissance maximale que l'on peut transmettre entre deux régions d'un réseau. Dans les deux sections qui suivent, nous analysons la puissance maximale transmissible dans deux configurations simples. Ces limites sont intimement liées au fonctionnement des réseaux en courant alternatif. Au-delà, il n'existe plus de point de fonctionnement en régime établi. Généralement, leur dépassement conduirait à une instabilité du système, mais ceci ne peut se montrer qu'en analysant le modèle dynamique du système correspondant aux relations en régime établi considérées ici.

Insistons sur le fait que les développements qui suivent se focalisent sur l'existence d'un point de fonctionnement et laissent de côté les dépassements des limites sur les courants ou sur les tensions aux noeuds.

4.5 Puissance maximale transmissible entre deux réseaux

4.5.1 Modélisation

Considérons deux réseaux A et B reliés par une ligne de transport, comme représenté à la figure 4.9. Pour simplifier, celle-ci est représentée simplement par une réactance série X_l . Connaissant les puissances de court-circuit respectives des deux réseaux, on peut représenter chacun par son schéma équivalent de Thévenin, dont les réactances sont X_{thA} et X_{thB} . Les amplitudes E_{thA} et E_{thB} des f.e.m. de Thévenin sont supposées constantes.

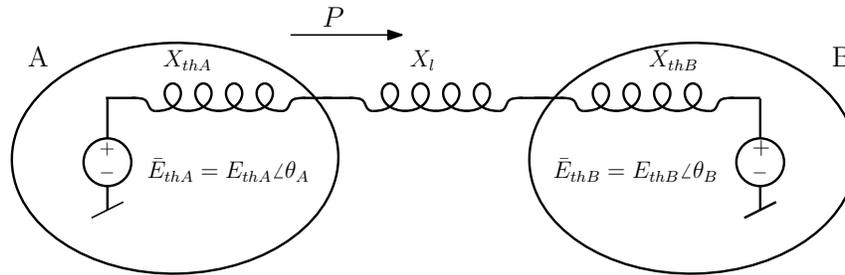


FIGURE 4.9 – transfert de puissance active P entre deux réseaux

4.5.2 Puissance maximale transmissible sans support de tension dans le réseau

Considérons un transfert de puissance active P , du réseau A vers le réseau B. Comme il n'y a pas de puissance active dissipée dans les réactances de Thévenin ni dans la ligne, P est à la fois la puissance active fournie par la f.e.m. \bar{E}_{thA} , celle qui transite dans la ligne et celle qui est reçue par la f.e.m. \bar{E}_{thB} .

On tire immédiatement de la relation (4.13) :

$$P = \frac{E_{thA}E_{thB}}{X_{thA} + X_l + X_{thB}} \sin(\theta_A - \theta_B) = \frac{E_{thA}E_{thB}}{X_{tot}} \sin(\theta_A - \theta_B) \quad (4.23)$$

où θ_A et θ_B sont les phases des f.e.m. de Thévenin et X_{tot} la réactance totale.

Cette relation entre puissance et déphasage angulaire est illustrée à la figure 4.10.

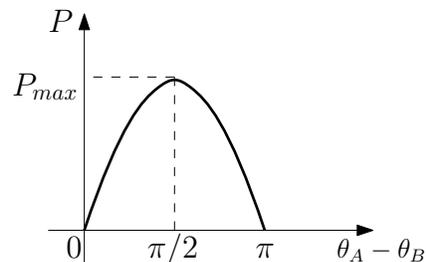


FIGURE 4.10 – relation entre puissance active transférée et déphasage angulaire

La puissance maximale est atteinte lorsque le déphasage $\theta_A - \theta_B$ atteint la valeur de $\pi/2$ radians, ce qui donne :

$$P_{max} = \frac{E_{thA}E_{thB}}{X_{tot}} \quad (4.24)$$

P_{max} est d'autant plus élevée que les réactances X_{thA} , X_{thB} et X_l sont faibles et les tensions E_{thA} et E_{thB} élevées. Au passage, ce résultat nous rappelle l'intérêt de fonctionner à des tensions élevées lorsque de grandes puissances sont en jeu.

Si l'on suppose pour simplifier que les tensions sont égales : $E_{thA} = E_{thB} = E$, on a simplement :

$$P_{max} = \frac{E^2}{X_{tot}} \quad (4.25)$$

4.5.3 Puissance maximale transmissible avec support de la tension dans le réseau

Supposant à présent que la ligne est fractionnée en deux tronçons, correspondant respectivement aux réactances X_{l1} et X_{l2} , comme représenté à la figure 4.11. Supposons de plus que l'on installe au noeud intermédiaire M un *compensateur idéal* :

- conçu pour maintenir constante la tension V_M
- pouvant produire (ou consommer) de la puissance réactive, notée Q
- mais ne consommant pas et ne produisant pas de puissance active (pertes internes négligées).

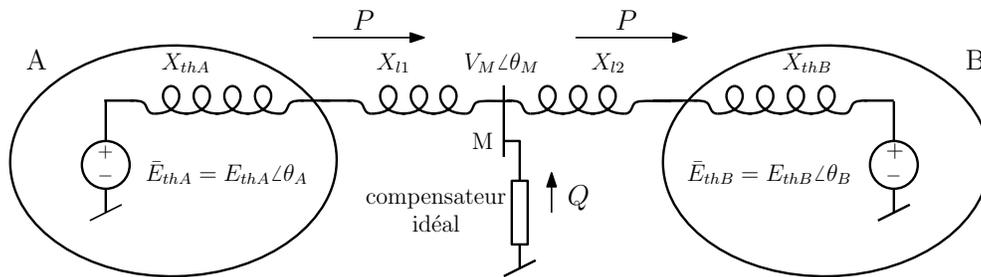


FIGURE 4.11 – transfert de puissance entre deux réseaux avec support de la tension intermédiaire

En exprimant qu'au noeud M la puissance active qui arrive de A repart intégralement vers B :

$$P = \frac{E_{thA}V_M}{X_{thA} + X_{l1}} \sin(\theta_A - \theta_M) = \frac{V_M E_{thB}}{X_{l2} + X_{thB}} \sin(\theta_M - \theta_B) \quad (4.26)$$

où θ_M est la phase de la tension au noeud M.

Dans cette configuration, la puissance maximale est atteinte lorsque l'un des deux déphasages $\theta_A - \theta_M$ ou $\theta_M - \theta_B$ atteint $\pi/2$ radians, ce qui donne :

$$P_{max} = \min \left(\frac{E_{thA}V_M}{X_{thA} + X_{l1}}, \frac{V_M E_{thB}}{X_{l2} + X_{thB}} \right) \quad (4.27)$$

Le déphasage maximal entre les deux f.e.m. de Thévenin est alors supérieur à la valeur de $\pi/2$ que l'on avait en l'absence du compensateur.

Si l'on suppose pour simplifier que les tensions sont égales : $E_{thA} = V_M = E_{thB} = E$, on a :

$$P_{max} = \min \left(\frac{E^2}{X_{thA} + X_{l1}}, \frac{E^2}{X_{l2} + X_{thB}} \right) \quad (4.28)$$

et c'est le tronçon de plus grande réactance qui limite la puissance transmissible.

Si l'on suppose de plus que $X_{thA} + X_{l1} = X_{l2} + X_{thB} = X_{tot}/2$, on a simplement :

$$P_{max} = \frac{2E^2}{X_{tot}} \quad \text{et} \quad \theta_A - \theta_M = \theta_M - \theta_B = \pi/2 \quad (4.29)$$

soit une puissance maximale et un déphasage total *deux fois plus élevés* que sans le compensateur.

On voit que le support de la tension en des points intermédiaires du réseau permet de transférer davantage de puissance tout en maintenant le profil de tension souhaité.

Evidemment, il faut que le compensateur soit dimensionné pour générer (ou absorber) la puissance réactive correspondant au transfert de puissance souhaité. Celle-ci se calcule en appliquant la formule (4.16) au tronçon de gauche et la formule (4.14) à celui de droite, ce qui donne :

$$Q = \frac{V_M^2 - V_M E_{thA} \cos(\theta_M - \theta_A)}{X_{thA} + X_{l1}} + \frac{V_M^2 - V_M E_{thB} \cos(\theta_M - \theta_B)}{X_{thB} + X_{l2}} \quad (4.30)$$

Ainsi, dans le cas simplifié correspondant à la relation (4.29), cette production vaut lorsque le transfert de puissance est à son maximum :

$$Q_{Pmax} = \frac{E^2}{X_{thA} + X_{l1}} + \frac{E^2}{X_{thB} + X_{l2}} = \frac{4E^2}{X_{tot}} \quad (4.31)$$

4.6 Puissance maximale transmissible d'un générateur à une charge

4.6.1 Modélisation

Considérons le système simple à deux noeuds de la figure 4.12, dans lequel un générateur alimente une charge via une ligne représentée simplement par sa réactance série X . Le jeu de barres du générateur est pris comme référence des phases.

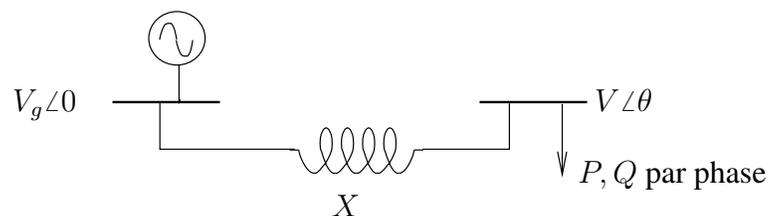


FIGURE 4.12 – système simple à 2 noeuds

Notons P (resp. Q) la puissance active (resp. réactive) consommée par la charge. Les équations (4.15, 4.16) s'écrivent :

$$-P = VV_g \frac{1}{X} \sin \theta \quad \Leftrightarrow \quad P = -\frac{VV_g}{X} \sin \theta \quad (4.32)$$

$$-Q = \frac{1}{X}V^2 - \frac{1}{X}VV_g \cos \theta \quad \Leftrightarrow \quad Q = -\frac{V^2}{X} + \frac{VV_g}{X} \cos \theta \quad (4.33)$$

où V_g est le module de la tension au noeud générateur et $V \angle \theta$ est la tension au noeud charge.

Dans ce qui suit, nous supposons que la limite thermique de la ligne n'est pas atteinte et que le générateur est capable de fournir les puissances active et réactive qui lui sont demandées.

4.6.2 Conditions d'existence d'une solution

Les équations (4.32, 4.33) sont très simples et peuvent être résolues analytiquement.

Considérons d'abord les conditions sous lesquelles elles ont une solution. En éliminant θ de ces relations et en regroupant les termes, on trouve :

$$(V^2)^2 + (2QX - V_g^2)V^2 + X^2(P^2 + Q^2) = 0 \quad (4.34)$$

En posant $V^2 = y$, cette dernière relation prend la forme d'une équation du second degré en y . Pour avoir (au moins) une solution, le discriminant doit être positif. Après calcul, cette condition s'écrit :

$$-\left(\frac{PX}{V_g^2}\right)^2 - \frac{QX}{V_g^2} + 0.25 \geq 0 \quad (4.35)$$

Dans le plan (P, Q) , la courbe correspondant à l'égalité dans (4.35) est une parabole d'axe vertical, comme le montre la figure 4.13, où l'on a considéré les grandeurs adimensionnelles PX/V_g^2 et QX/V_g^2 plutôt que P et Q .

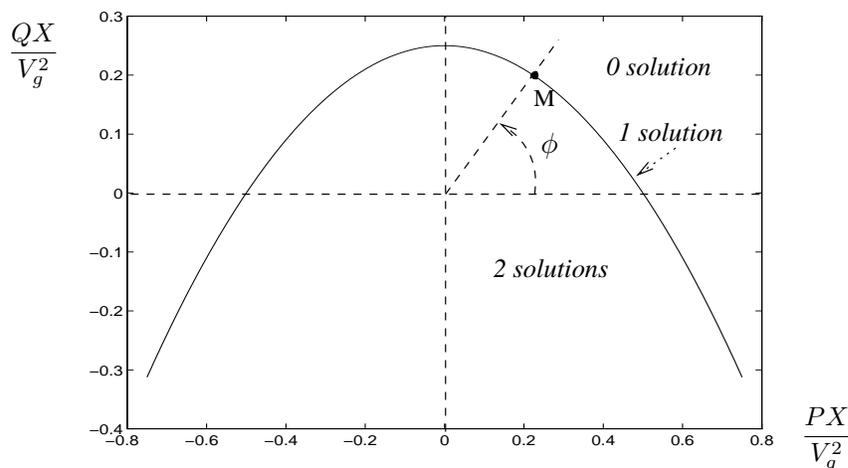


FIGURE 4.13 – région du plan (P, Q) où il existe une solution au problème

Si le point (P, Q) se situe “en dessous” de la parabole, le discriminant est positif et l'équation en y a deux solutions. Si le point (P, Q) se situe “au-dessus” de la parabole, l'équation n'a pas de solution.

Un point de la parabole situé dans le premier quadrant ($P, Q > 0$) correspond à une puissance maximale transmissible à une charge inductive, tandis qu'un point situé dans le quatrième quadrant ($P > 0, Q < 0$) correspond à une puissance maximale transmissible à une charge capacitive.

Cette puissance maximale est intimement liée au fonctionnement en courant alternatif. En fait, elle correspond à un résultat bien connu de la Théorie des circuits : l'existence d'une charge maximale extractible d'un dipôle (dans le cas présent, l'impédance jX en série avec la source de tension V_g). Toutefois, en Théorie des circuits, le problème de l'adaptation de la charge est formulé différemment. On suppose que le dipôle présente une impédance $Z = R + jX$. La charge "adaptée", qui tire le maximum de puissance active du dipôle, est l'impédance $Z^* = R - jX$. Ce résultat ne s'applique pas au cas particulier où R est nul. Dans ce cas, il est possible de tirer une puissance infinie du dipôle (si l'on fait abstraction des limites physiques, bien entendu). Dans le développement ci-dessus, on suppose précisément $R = 0$ et la figure 4.13 confirme qu'on peut tirer une puissance active infinie.

Dans le contexte d'un réseau électrique, il est plus réaliste de rechercher la puissance active maximale, *sous contrainte d'un facteur de puissance $\cos \phi$ donné*. Dans ces conditions, les puissances active et réactive sont liées par :

$$Q = P \operatorname{tg} \phi \quad (4.36)$$

Au fur et à mesure que la charge augmente, dans le plan (P, Q), le point de fonctionnement se déplace sur le segment de droite en pointillé à la figure 4.13, jusqu'à atteindre le point M au delà duquel le fonctionnement n'est plus possible.

La partie de la parabole située dans les deuxième et troisième quadrants correspond évidemment à une production de puissance active au noeud PQ. On voit qu'il existe également une limite de puissance transmissible.

La figure révèle une dissymétrie fondamentale entre puissances active et réactive : en théorie, il est possible d'atteindre n'importe quelle valeur de P , éventuellement au prix d'une production de puissance réactive ($Q < 0$), alors que la puissance réactive ne peut jamais dépasser la valeur $V_g^2/4X$. L'équation (4.32) montre en effet que pour une valeur V_g imposée on peut atteindre n'importe quelle valeur de P à condition d'augmenter V . En pratique, les tensions ne peuvent pas dépasser un plafond ; ceci limite également la puissance transmissible. Cette dissymétrie entre puissances active et réactive provient du modèle de la ligne, qui comporte une réactance et non une résistance.

La parabole, lieu des puissances maximales transmissibles, est symétrique par rapport à l'axe $P = 0$. Si l'on ajoute une résistance série au modèle de la ligne, le lieu reste une parabole mais dont l'axe se déplace.

4.6.3 Evolution de la tension avec P et Q

Si l'on suppose que la condition (4.35) est satisfaite, les solutions de l'équation (4.34) sont données par :

$$y = \frac{V_g^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{V_g^4}{4} - X^2 P^2 - XQV_g^2}$$

La tension V est donnée par $\pm\sqrt{y}$ mais, comme cette grandeur est positive par définition, les solutions sont finalement :

$$V = +\sqrt{y} = \sqrt{\frac{V_g^2}{2} - QX \pm \sqrt{\frac{V_g^4}{4} - X^2P^2 - XQV_g^2}} \quad (4.37)$$

La variation de V avec P et Q est montrée à la figure 4.14, pour des valeurs positives de P . La partie supérieure (resp. inférieure) de la surface $V(P, Q)$ correspond à la solution + (resp. -) dans (4.37).

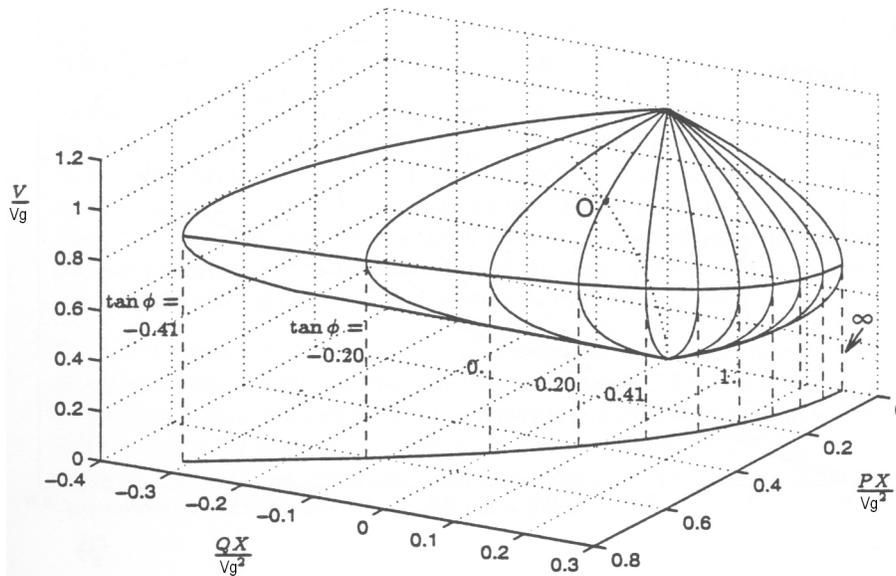


FIGURE 4.14 – variation de la tension V avec les puissances active P et réactive Q de la charge

L’“équateur” de la surface $V(P, Q)$ est le lieu des points où la charge est maximale ; sa projection sur le plan (P, Q) est la parabole de la figure 4.13.

Pour un facteur de puissance donné, le point de fonctionnement évolue le long des courbes obtenues en coupant la surface $V(P, Q)$ par des plans verticaux dont l’équation est (4.36). Ces diverses courbes, appelées usuellement “courbes PV”, sont reprises dans le diagramme à deux dimensions de la figure 4.15.

Les figures 4.14 et 4.15 montrent clairement l’existence de deux solutions pour une valeur donnée de P et de ϕ . L’existence de ces deux solutions s’explique intuitivement par le fait que la puissance est le produit de la tension par le courant et qu’il y a donc deux façons d’atteindre une puissance donnée : avec une tension élevée et un courant faible ou avec une tension faible et un courant élevé.

Le fonctionnement “normal” d’un réseau est sur la partie supérieure des courbes PV. En effet, lorsque $P = Q = 0$ la solution avec le signe - dans (4.37) est $V = 0$ tandis que celle avec le signe + est $V = V_g$. La première correspond à un court-circuit au noeud de la charge, tandis que la seconde correspond à une chute de tension nulle dans la réactance X . C’est donc la solution avec le signe + qui doit être retenue, qui correspond à la partie supérieure des courbes PV.

Si la charge était purement “statique” il serait possible de fonctionner sur la partie inférieure des

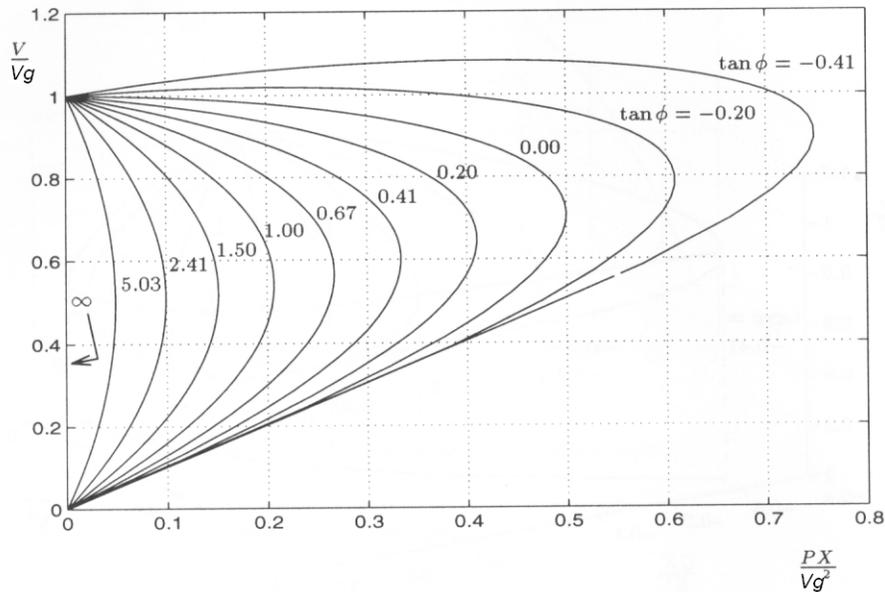


FIGURE 4.15 – courbes PV

courbes PV (à supposer bien entendu que la tension et le courant dans la ligne aient des valeurs admissibles). Cependant, en pratique, les charges sont alimentées via des transformateurs qui ajustent automatiquement leurs rapports de transformation afin de maintenir les tensions des réseaux de distribution près de valeurs de consigne (nous reviendrons sur ce point dans le chapitre sur la régulation de tension). On montre que le fonctionnement de ces dispositifs est instable sur la partie inférieure des courbes PV. Le point “critique” correspondant au maximum de puissance est donc aussi une limite de stabilité. Toute tentative de fonctionner à une puissance supérieure entraîne une *instabilité de tension*. Celle-ci est étudiée plus en détail dans le cours ELEC0047.

La figure 4.15 montre clairement qu’au fur et à mesure que l’on compense la charge (valeurs de $\tan\phi$ de plus en plus négatives), il est possible de lui fournir davantage de puissance active en maintenant la tension dans une plage de valeurs correcte. Cependant, la figure montre aussi que cette façon de procéder a pour effet d’amener la tension au point critique de plus en plus près d’une valeur normale en exploitation. En conséquence, une tension normale n’est pas la garantie qu’il reste une marge de sécurité suffisante par rapport au point critique.

On arrive à la même conclusion si l’on place des condensateurs shunt de compensation en parallèle avec la charge dont le facteur de puissance est constant.

La notion de courbe PV s’applique aux réseaux réels (qui comportent évidemment beaucoup plus de noeuds que notre exemple simple). Dans un réseau exposé au risque d’instabilité de tension, le gestionnaire est amené à déterminer des courbes PV pour évaluer les marges de puissance consommable.

Dans l’exemple simple vu plus haut, le générateur était supposé idéal et capable de tenir sa tension constante. En pratique, les calculs de marges de puissance consommable doivent prendre en compte les limites imposées à la production de puissance réactive par les générateurs (cf chapitre sur la machine synchrone).

Chapitre 5

Variation des charges avec la tension et la fréquence

Ce court chapitre est consacré à la représentation de la variation avec la tension et la fréquence de la puissance consommée par les charges. Un modèle simple est présenté d'abord pour des charges individuelles, puis pour des groupes de charges de même nature. Ce modèle est utilisé typiquement dans les études de grands systèmes.

5.1 Modèles dynamiques et statiques

Le modèle dynamique général d'une charge peut s'écrire :

$$P = H_P(V, f, \mathbf{x}) \quad (5.1)$$

$$Q = H_Q(V, f, \mathbf{x}) \quad (5.2)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(V, f, \mathbf{x}) \quad (5.3)$$

où P (resp. Q) est la puissance active (resp. réactive) consommée, V est le module de la tension aux bornes de la charge, f la fréquence de cette tension et \mathbf{x} un vecteur d'état relatif au processus dynamique pouvant exister à l'intérieur de cette charge.

Dans de nombreux cas, on se contente d'un modèle statique, soit que la dynamique est négligeable, soit qu'on ne s'y intéresse pas, soit que l'on ne dispose pas de données fiables à son sujet.

Le modèle statique est obtenu en considérant que la dynamique interne est à l'équilibre, ce qui se traduit par :

$$\mathbf{g}(V, f, \mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (5.4)$$

En éliminant \mathbf{x} des relations (5.1, 5.2, 5.4), on obtient formellement :

$$P = h_P(V, f) \quad (5.5)$$

$$Q = h_Q(V, f) \quad (5.6)$$

C'est à un modèle de ce type que nous nous intéressons dans le reste de ce chapitre.

5.2 Modèle à exposant

Considérons dans un premier temps à la variation de la charge avec la tension.

5.2.1 Définition

Un modèle statique très utilisé en pratique est le modèle à *exposant* :

$$P = P_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^\alpha \quad (5.7)$$

$$Q = Q_o \left(\frac{V}{V_o} \right)^\beta \quad (5.8)$$

Dans ce modèle, V_o est une tension de référence. On voit aisément que P_o (resp. Q_o) est la puissance active (resp. réactive) consommée sous cette tension. α et β caractérisent le type de la charge, tandis que P_o et Q_o représentent le “volume” d’équipements de ce type.

5.2.2 Facteur de puissance

Considérons le facteur de puissance d’une telle charge. On a :

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{Q}{P} = \frac{Q_o}{P_o} \left(\frac{V}{V_o} \right)^{\beta-\alpha} \quad (5.9)$$

On voit aisément que $\operatorname{tg} \phi$ et donc le facteur de puissance $\cos \phi$ dépendent de la tension si $\alpha \neq \beta$, ce qui est très souvent le cas en pratique.

5.2.3 Cas particuliers

Mentionnons quelques cas particuliers :

- $\alpha = \beta = 2$. Les relations (5.7, 5.8) deviennent :

$$P = \underbrace{\frac{P_o}{V_o^2}}_{G_o} V^2 \quad Q = \underbrace{\frac{Q_o}{V_o^2}}_{-B_o} V^2 \quad (5.10)$$

La charge se comporte “à admittance constante”. Cette admittance est $G_o + j B_o$.

- $\alpha = \beta = 1$. Les relations (5.7, 5.8) deviennent :

$$P = \underbrace{\frac{P_o}{V_o}}_{I_{P_o}} V \quad Q = \underbrace{\frac{Q_o}{V_o}}_{I_{Q_o}} V \quad (5.11)$$

Une telle charge est dite “à courant constant”. C’est un raccourci de langage pour “courants actif et réactif constants”. Ces derniers sont I_{P_o} et I_{Q_o} respectivement. A ne pas confondre avec une source indépendante de courant !

- $\alpha = \beta = 0$: Les relations (5.7, 5.8) deviennent :

$$P = P_o \quad Q = Q_o \quad (5.12)$$

La charge se comporte “à puissance constante”, tant en ce qui concerne la puissance active que la puissance réactive.

5.2.4 Choix de la tension de référence

La puissance active consommée sous une tension V_1 vaut :

$$P_1 = P_o \left(\frac{V_1}{V_o} \right)^\alpha$$

En tirant P_o de cette relation et en remplaçant dans (5.7), on trouve :

$$P = P_1 \left(\frac{V}{V_1} \right)^\alpha$$

avec une relation semblable pour la puissance réactive. On voit donc que la tension de référence peut être choisie arbitrairement sans que la caractéristique soit modifiée, à condition de prendre pour P_o et Q_o les puissances consommées sous cette tension de référence.

5.2.5 Interprétation des exposants

α et β peuvent être interprétés comme suit. Considérons une variation de tension ΔV pour laquelle on peut linéariser (5.7) en :

$$\Delta P = \alpha P_o \frac{V^{\alpha-1}}{V_o^\alpha} \Delta V$$

Évaluée à la tension de référence V_o , cette expression donne :

$$\frac{\Delta P}{P_o} = \alpha \frac{\Delta V}{V_o} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\Delta P / P_o}{\Delta V / V_o} \quad (5.13)$$

avec un résultat similaire pour la puissance réactive :

$$\frac{\Delta Q}{Q_o} = \beta \frac{\Delta V}{V_o} \Leftrightarrow \beta = \frac{\Delta Q / Q_o}{\Delta V / V_o} \quad (5.14)$$

Comme on le voit, α (resp. β) représente la sensibilité “normalisée” ou “relative” de la puissance active (resp. réactive) à la tension. Ces deux grandeurs sont sans dimension.

Exemple. Si une charge diminue de 10 % lorsque la tension chute de 5 %, on a :

$$\alpha = \frac{0.10}{0.05} = 2 \quad \beta = \frac{0.10}{0.05} = 2$$

Il s’agit donc d’une charge à admittance constante.

5.3 Prise en compte de la sensibilité à la fréquence

Le modèle précédent peut être amélioré en tenant compte de la sensibilité de la puissance consommée à la fréquence f :

$$P = P_o \left(1 + D_p \frac{f - f_N}{f_N} \right) \left(\frac{V}{V_o} \right)^\alpha \quad (5.15)$$

$$Q = Q_o \left(1 + D_q \frac{f - f_N}{f_N} \right) \left(\frac{V}{V_o} \right)^\beta \quad (5.16)$$

où f_N est la fréquence nominale du système. La dépendance linéaire vis-à-vis de $f - f_N$ se justifie par la faible amplitude des variations de fréquence auxquelles les réseaux modernes sont sujets. On vérifie aisément que :

$$D_p = \left. \frac{\Delta P / P_o}{\Delta f / f_N} \right]_{V=V_o} \quad \text{et} \quad D_q = \left. \frac{\Delta Q / Q_o}{\Delta f / f_N} \right]_{V=V_o}$$

5.4 Exemples de paramètres du modèle de charge

Le tableau ci-après donne, pour divers types de charges, un exemple de valeurs mesurées du facteur de puissance (sous la tension nominale) et des paramètres α , β , D_p , D_q .

composant	$\cos \phi$	α	β	D_p	D_q
chauffe-eau, cuisinière, four, surgélateur	1.00	2.0	0	0	0
lave-vaisselle	0.99	1.8	3.6	0	-1.4
lessiveuse	0.65	0.08	1.6	3.0	1.8
séchoir électrique	0.99	2.0	3.2	0	-2.5
réfrigérateur	0.8	0.77	2.5	0.53	-1.5
télévision	0.8	2.00	5.1	0	-4.5
lampe à incandescence	1.0	1.55	0	0	0
lampe fluorescente	0.9	0.96	7.4	1	-2.8
conditionnement d'air triphasé central	0.90	0.09	2.5	0.98	-1.3
conditionnement d'air monophasé central	0.96	0.20	2.3	0.90	-2.7
conditionnement d'air en fenêtre	0.82	0.47	2.5	0.56	-2.8
moteur industriel	0.88	0.07	0.5	2.5	1.2
moteur de ventilateur	0.87	0.08	1.6	2.9	1.7
pompe agricole	0.85	1.4	1.4	5.0	4.0
four à arc	0.70	2.3	1.6	-1.0	-1.0
transformateur à vide	0.64	3.4	11.5	0	-11.8

Le facteur de puissance permet de choisir une consommation de puissance réactive réaliste lorsque seule la puissance active est connue.

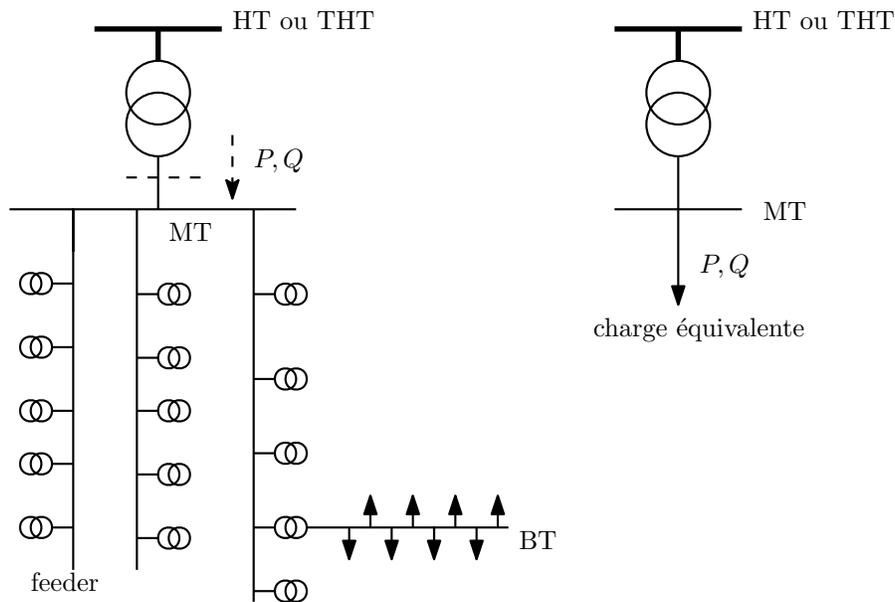


FIGURE 5.1 – réseau de distribution et charge équivalente

5.5 Modélisation de la charge totale d'un réseau de distribution

La charge vue du jeu de barres alimentant un réseau de distribution à moyenne tension est un ensemble assez complexe comprenant de nombreuses charges de natures diverses et le réseau de distribution lui-même (cf fig. 5.1). Une telle charge est difficile à modéliser en détail parce que :

- elle inclut un grand nombre de charges individuelles de natures diverses,
- auxquelles il faut ajouter les pertes dans le réseau de distribution lui-même ;
- la composition par type de charge n'est pas toujours connue avec précision
- cette composition varie selon l'heure de la journée, selon la saison, etc. . . Par exemple, lorsque l'on effectue une étude à la pointe de consommation, la charge pourra comporter, selon le pays, une grande proportion de chauffage électrique (pointe d'hiver) ou une grande proportion de moteurs provenant de systèmes de conditionnement d'air (pointe d'été) ;
- même si l'on connaissait bien cette composition, il resterait à établir un modèle suffisamment simple de cet ensemble parfois hétérogène.

Vu sa simplicité, le modèle de charge exposé plus haut est fréquemment utilisé pour caractériser la charge totale appelée par un réseau de distribution (cf fig. 5.1). Le tableau ci-après donne des exemples de valeurs de $\cos \phi$, α , β , D_p , D_q pour des ensembles de charges homogènes, c'est-à-dire que les charges individuelles présentes dans le réseau correspondent à une même catégorie de consommateurs.

catégorie de charge	$\cos \phi$	α	β	D_p	D_q
résidentielle, en été	0.9	1.2	2.9	0.8	-2.2
résidentielle, en hiver	0.99	1.5	3.2	1.0	-1.5
commerciale, en été	0.85	1.0	3.5	1.2	-1.6
commerciale, en hiver	0.9	1.3	3.1	1.5	-1.1
industrielle	0.85	0.2	6.0	2.6	1.6
auxiliaires de centrales	0.8	0.1	1.6	2.9	1.8

On peut tenir compte d'une composition non homogène de la charge en représentant chaque composante par un modèle à exposants et combinant ces modèles comme suit :

$$P = P_o \left(1 + D_p \frac{f - f_N}{f_N} \right) \frac{\sum_{i=1}^c a_i V^{\alpha_i}}{\sum_{i=1}^c a_i V_o^{\alpha_i}} \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^c a_i = 1 \quad (5.17)$$

$$Q = Q_o \left(1 + D_q \frac{f - f_N}{f_N} \right) \frac{\sum_{i=1}^c b_i V^{\beta_i}}{\sum_{i=1}^c b_i V_o^{\beta_i}} \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^c b_i = 1 \quad (5.18)$$

où a_i (resp. b_i) est la fraction de la puissance active (resp. réactive) totale consommée par la composante de caractéristique α_i (resp. β_i). Dans les expressions ci-dessus une seule et même sensibilité à la fréquence a été considérée pour toutes les composantes de la charge.

5.6 Limite de validité du modèle

Il est important de noter que les modèles présentés plus haut sont valables dans un certain voisinage de la tension nominale. Ils peuvent s'avérer imprécis pour des variations importantes et/ou prolongées de la tension, telles que les creux de tension accompagnant les courts-circuits. Parmi les phénomènes responsables de ceci, citons le décrochage des moteurs asynchrones, la coupure des charges alimentées par des convertisseurs électroniques, l'extinction rapide des lampes fluorescentes (lorsque la tension tombe en dessous d'environ 0.7 pu), etc. . .

Chapitre 6

La ligne aérienne de transport (et le câble souterrain)

Ce chapitre est consacré au comportement d'une ligne aérienne pour le transport de l'énergie électrique en régime sinusoïdal établi.

Nous nous intéressons d'abord au calcul des paramètres linéiques des lignes aériennes. Nous étudions ensuite le comportement de la ligne en tant que composant distribué¹. Nous en déduisons le schéma équivalent à éléments localisés utilisé dans les calculs de réseaux usuels. Nous terminons par la limite thermique.

La plupart des développements peuvent être étendus aux câbles à haute tension, même si leurs paramètres ont des valeurs très différentes.

Nous terminons par des considérations relatives à la limite thermique.

6.1 Paramètres linéiques d'une ligne

Les paramètres linéiques sont les paramètres (inductance, capacité, résistance, conductance) relatifs à un tronçon de longueur infinitésimale dx , divisés par cette longueur dx . Il s'agit donc de paramètres par unité de longueur. Dans ce qui suit, nous considérons que la longueur dx est d'un mètre, valeur très petite pour une ligne électrique.

6.1.1 Inductance série

Ligne triphasée simple

Nous considérons une ligne composée de trois conducteurs, chacun relatif à une phase. Les dimensions sont définies à la figure 6.1.

1. par opposition à "localisé" : voir cours de Circuits électriques

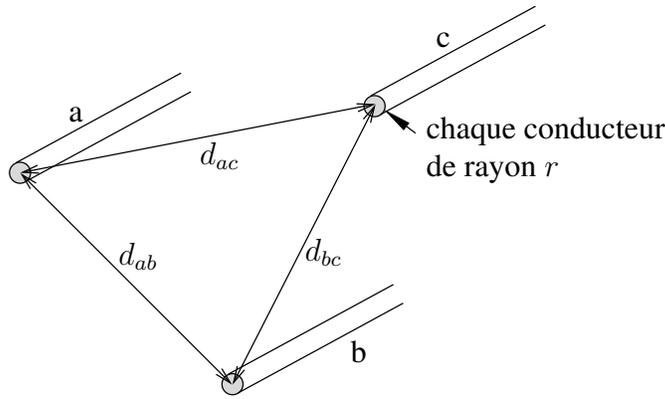


FIGURE 6.1 – ligne triphasée simple : géométrie et distances

On s'appuyant sur des notions fondamentales d'électromagnétisme, on peut établir la relation suivante entre flux et courants :

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} \\ & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{bc}} \\ & & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

ψ_a désigne le flux magnétique embrassé par un mètre du conducteur de la phase a , i_a le courant circulant dans cette phase, et de même pour les deux autres phases.

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide :

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m} \quad (6.2)$$

μ_r est la perméabilité relative. L'air qui entoure la ligne, de même que le métal dont sont constitués les phases ont une perméabilité relative μ_r très proche de l'unité en pratique.

La matrice \mathbf{L} est la matrice d'inductance. Cette matrice est symétrique ; pour alléger l'écriture, les termes laissés en blanc sont identiques à ceux situés symétriquement par rapport à la diagonale.

Le terme $\frac{\mu_0 \mu_r}{8\pi}$ correspond au champ magnétique à l'intérieur du conducteur.

On notera enfin que l'expression ci-dessus est établie sous l'hypothèse :

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (6.3)$$

ce qui suppose qu'il n'y pas de retour de courant par un conducteur autre que les trois phases considérées.

Ligne triphasée transposée

Dans bon nombre de cas, les positions des conducteurs sur les pylônes sont telles que les distances d_{ab} , d_{ac} et d_{bc} ne sont pas toutes trois égales. Il en résulte un certain déséquilibre entre phases.

Celui-ci peut être compensé en transposant les phases comme représenté à la figure 6.2. La matrice d'inductance s'obtient alors comme la moyenne arithmétique des matrices relatives à chacune des trois configurations. On trouve :

$$\mathbf{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ & & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

L'expression $\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}$ est appelée *distance moyenne géométrique*².

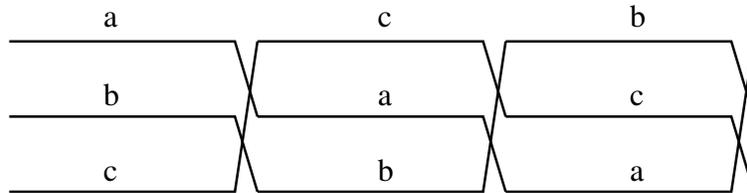


FIGURE 6.2 – transposition des conducteurs d'une ligne triphasée

A présent que les trois inductances mutuelles sont égales, on peut calculer l'inductance linéique par phase (en H/m), c'est-à-dire la partie imaginaire de l'impédance cyclique relative à un tronçon d'un mètre de longueur, divisée par la pulsation ω . On obtient :

$$\ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} - \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}}{r} \right) \quad (6.5)$$

Ligne triphasée à faisceaux de conducteurs

A proximité d'un conducteur de faible section porté à un potentiel élevé (par rapport à la terre), les lignes équipotentielles sont très rapprochées et le champ électrique est très intense. Ceci produit une ionisation de l'air ambiant, connue sous le nom d'*effet couronne*. Ce dernier est responsable de pertes, d'interférences radio et d'une gêne acoustique (bruit audible à proximité des lignes, surtout par temps humide).

C'est la raison pour laquelle, pour des tensions nominales supérieures ou égales à 220 kV, chaque conducteur de phase est remplacé par un *faisceau* de plusieurs conducteurs maintenus à distance constante les uns des autres par des *entretoises* disposées à intervalle régulier. Le faisceau se comporte comme un conducteur dont le rayon serait nettement plus grand que celui des conducteurs qui le composent, comme le confirme un calcul ci-après. Le champ électrique est donc moins intense. En Belgique, les lignes à 380 kV (et certaines à 220 kV) comportent deux conducteurs par phase ; dans certains pays, surtout pour des tensions nominales supérieures à 380 kV, on en utilise davantage.

Considérons la ligne à faisceau de deux conducteurs dont la géométrie et les dimensions sont définies à la figure 6.3. En pratique, la distance d entre conducteurs d'une même phase est très

2. en anglais : Geometrical Mean Distance (GMD)

faible par rapport aux distances entre phases, de sorte que l'on peut considérer que chacun des conducteurs de la phase a est à la distance d_{ab} de chacun des conducteurs de la phase b, et de même pour les autres phases.

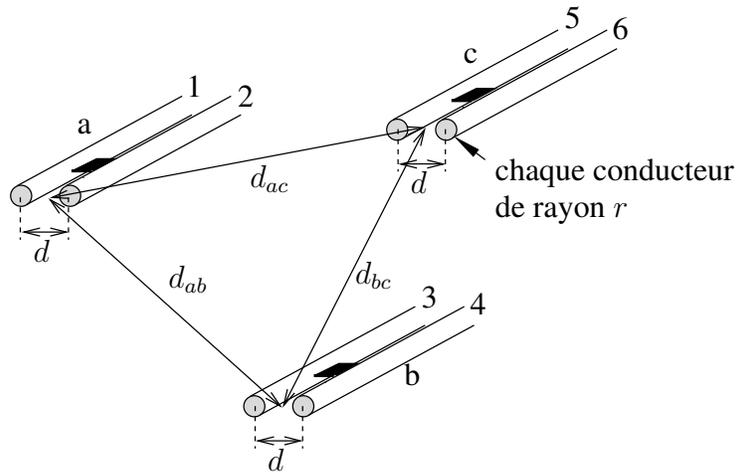


FIGURE 6.3 – ligne triphasée à faisceaux de deux conducteurs : géométrie et distances

Sous cette hypothèse, la relation entre flux et courants des six conducteurs de la figure 6.3 se présente sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} \\ & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} \\ & & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d} & \ln \frac{1}{d_{bc}} & \ln \frac{1}{d_{bc}} \\ & & & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{bc}} & \ln \frac{1}{d_{bc}} \\ & & & & \frac{\mu_r}{4} \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d} \\ & & & & & \frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Les conducteurs qui composent un faisceau étant reliés entre eux par les entretoises conductrices, ils sont maintenus au même potentiel tandis que chacun reprend une partie du courant de la phase. Un tronçon d'un mètre de long de la phase a peut donc être représenté par le circuit de la figure 6.4, où r' est la résistance d'un mètre de conducteur.

Etant donné que les deux conducteurs sont identiques et supposés à la même distance des autres phases, il est raisonnable de supposer que les flux sont égaux :

$$\psi_1 = \psi_2 \quad \psi_3 = \psi_4 \quad \psi_5 = \psi_6 \quad (6.7)$$

On déduit du circuit de la figure 6.4 que :

$$i_1 = i_2 = \frac{i_a}{2} \quad i_3 = i_4 = \frac{i_b}{2} \quad i_5 = i_6 = \frac{i_c}{2} \quad (6.8)$$

On a donc :

$$v_a = v_1 = v_2 = r' \frac{i_a}{2} + \frac{d\psi_1}{dt} = r' \frac{i_a}{2} + \frac{d\psi_2}{dt} \quad (6.9)$$

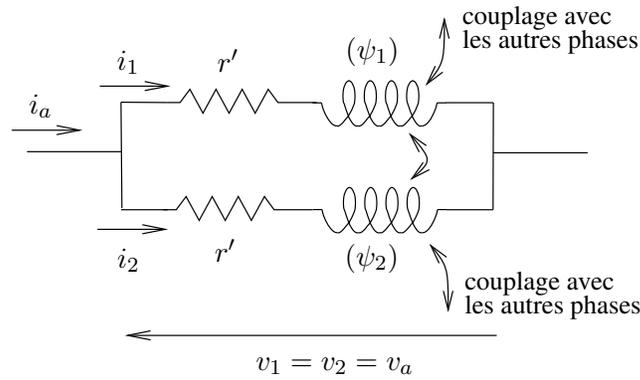


FIGURE 6.4 – schéma équivalent d'un tronçon de ligne pour le calcul de l'inductance série

Pour la phase a globalement, on peut écrire :

$$v_a = r_a i_a + \frac{d\psi_a}{dt} \quad (6.10)$$

En identifiant cette dernière relation avec (6.9), on déduit :

$$r_a = \frac{r'}{2} \quad \text{et} \quad \psi_a = \psi_1 = \psi_2$$

qui montre que le flux à considérer pour la phase a est ψ_1 (ou ψ_2). Il en va bien entendu de même pour les autres phases.

En considérant une ligne sur deux dans (6.6) et en regroupant les colonnes, on obtient aisément :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} &= \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{dr} \right) & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} \\ & \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{dr} \right) & \ln \frac{1}{d_{bc}} \\ & & \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{1}{dr} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}} \right) & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} \\ & \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}} \right) & \ln \frac{1}{d_{bc}} \\ & & \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.11)$$

L'expression \sqrt{dr} est appelée *rayon moyen géométrique*³.

En comparant (6.1) et (6.11), on voit que l'utilisation des deux conducteurs au lieu d'un seul, toute autre chose restant égale, n'affecte pas les inductances mutuelles mais diminue la self inductance d'une phase. En effet, le terme de self-induction à l'intérieur de chaque conducteur est divisé par deux et, surtout, le rayon r est remplacé par le rayon moyen géométrique, qui est nécessairement plus grand (vu que $d > r$).

3. en anglais : Geometric Mean Radius (GMR)

Ligne triphasée transposée à faisceau de conducteurs

Lorsque l'on combine les techniques de transposition et de faisceau, la matrice d'inductance de la ligne devient :

$$\mathbf{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}}\right) & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}}\right) & \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}}\right) & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}}\right) & \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} & \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}}\right) \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

qui fait intervenir la distance et le rayon moyens géométriques.

Les inductances mutuelles étant à nouveau toutes égales, on peut calculer l'inductance linéique par phase (en H/m) :

$$\ell = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{dr}} - \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{8} + \ln \frac{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}}{\sqrt{dr}} \right) \quad (6.13)$$

qui est plus petite que celle de la ligne triphasée simple (donnée par (6.5)).

L'impédance que présente un réseau de transport contribue à limiter la puissance transmissible par celui-ci, à cause de la chute de tension qu'elle entraîne. Les résultats ci-dessus montrent que, pour diminuer l'impédance cyclique, on a intérêt à rapprocher les phases le plus possible, toutes autres choses restant égales. Cependant, il importe de maintenir une distance d'isolation minimale entre celles-ci. Cette distance est d'autant plus grande que la tension nominale du réseau est élevée.

6.1.2 Capacité shunt

La ligne est entourée d'air, dont la permittivité diélectrique est :

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \simeq \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F/m} \quad (6.14)$$

Ligne triphasée simple

Considérons à nouveau la géométrie décrite à la figure 6.1.

On considère que le sol est une surface plane, parallèle aux conducteurs et de potentiel nul. Les conducteurs portent des charges q_a , q_b et q_c par unité de longueur. Pour tenir compte du sol, on fait appel à la méthode "des images", bien connue en Electrostatique. Celle-ci consiste à remplacer le sol par des conducteurs supplémentaires a' , b' et c' . a' est placé symétriquement à a par rapport au plan du sol et porte une charge $-q_a$, et de même pour les phases b et c .

En s'appuyant sur des notions fondamentales d'électromagnétisme, on peut établir la relation sui-

vante entre potentiels et charges électriques :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{d_{ac}} & \ln \frac{1}{d_{aa'}} & \ln \frac{1}{d_{ab'}} & \ln \frac{1}{d_{ac'}} \\ \ln \frac{1}{d_{ab}} & \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{bc}} & \ln \frac{1}{d_{ba'}} & \ln \frac{1}{d_{bb'}} & \ln \frac{1}{d_{bc'}} \\ \ln \frac{1}{d_{ac}} & \ln \frac{1}{d_{bc}} & \ln \frac{1}{r} & \ln \frac{1}{d_{ca'}} & \ln \frac{1}{d_{cb'}} & \ln \frac{1}{d_{cc'}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ -q_a \\ -q_b \\ -q_c \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \ln \frac{d_{aa'}}{r} & \ln \frac{d_{ab'}}{d_{ab}} & \ln \frac{d_{ac'}}{d_{ac}} \\ \ln \frac{d_{ba'}}{d_{ab}} & \ln \frac{d_{bb'}}{r} & \ln \frac{d_{bc'}}{d_{bc}} \\ \ln \frac{d_{ca'}}{d_{ac}} & \ln \frac{d_{cb'}}{d_{bc}} & \ln \frac{d_{cc'}}{r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \quad (6.15)
 \end{aligned}$$

où v_a, v_b et v_c sont les différences de potentiel entre les conducteurs et le sol, $d_{aa'}$ est la distance entre le conducteur a et son image a' (soit le double de la hauteur de a par rapport au sol), $d_{ab'}$ est la distance entre les conducteurs a et b' , et ainsi de suite pour les autres combinaisons. \mathbf{S} est appelée *matrice d'inélastance*. Ses termes ont la dimension de l'inverse d'une capacité par unité de longueur.

Avant de poursuivre, on peut simplifier comme suit les expressions des termes de \mathbf{S} . Etant donné que les conducteurs sont à une distance relativement importante du sol, on peut approximer la distance entre un conducteur et un conducteur image par $2H$, où H est la hauteur moyenne des conducteurs par rapport au sol. On suppose donc :

$$d_{aa'} \simeq d_{ab'} \simeq d_{ac'} \simeq d_{ba'} \simeq d_{bb'} \simeq d_{bc'} \simeq d_{ca'} \simeq d_{cb'} \simeq d_{cc'} \simeq 2H \quad (6.16)$$

et la relation (6.15) devient :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \underbrace{\begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{r} & & & \\ & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & & \\ & & \ln \frac{2H}{d_{bc}} & \\ & & & \ln \frac{2H}{r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \quad (6.17)
 \end{aligned}$$

Avec cette approximation, la matrice d'inélastance est devenue symétrique ; pour alléger l'écriture, les termes laissés en blanc sont identiques à ceux situés symétriquement par rapport à la diagonale.

Ligne triphasée transposée

En procédant comme pour les inductances, on établit l'expression suivante de la matrice d'inélastance d'une ligne triphasée transposée :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} & \\ & \ln \frac{2H}{r} & \\ & & \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ & & & \ln \frac{2H}{r} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

dans laquelle on retrouve la distance moyenne géométrique.

Les termes non diagonaux de \mathbf{S} étant tous égaux, on peut calculer la capacité shunt linéique par phase, c'est-à-dire la capacité $C + 3C_m$ de la figure 7.b du chapitre "Systèmes et régimes triphasés équilibrés", relative à un tronçon d'un mètre de longueur.

Pour ce faire, nous faisons l'hypothèse que la charge totale portée par les trois phases est nulle :

$$q_a + q_b + q_c = 0 \quad (6.19)$$

En fait, il est possible d'obtenir le résultat sans calculer au préalable les capacités C et C_m . En effet, de (6.18) on tire pour la phase a , par exemple :

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \left(\ln \frac{2H}{r} q_a + \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} (q_b + q_c) \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \left(\ln \frac{2H}{r} - \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \right) q_a \end{aligned}$$

On en déduit la capacité recherchée (en F/m) :

$$c = 2\pi\epsilon_o\epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}}{r}} \quad (6.20)$$

résultat qui ne dépend pas de H . Ceci laisse penser que l'approximation (6.16) revient à négliger l'effet du sol. En effet, si l'on recommence le développement en négligeant la présence du sol dès le départ, on trouve également l'expression (6.20).

Ligne triphasée à faisceaux de conducteurs

Revenons à la géométrie détaillée à la figure 6.3. Nous considérons à nouveau que : (i) chacun des conducteurs de la phase a est à la distance d_{ab} de chacun des conducteurs de la phase b , et ainsi de suite pour les autres combinaisons ; (ii) la distance entre un conducteur et un conducteur image vaut $2H$.

Sous ces hypothèses, la relation entre potentiels et charges des six conducteurs de la figure 6.3 se présente sous la forme :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{d} & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} \\ & \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} \\ & & \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{d} & \ln \frac{2H}{d_{bc}} & \ln \frac{2H}{d_{bc}} \\ & & & \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{d_{bc}} & \ln \frac{2H}{d_{bc}} \\ & & & & \ln \frac{2H}{r} & \ln \frac{2H}{d} \\ & & & & & \ln \frac{2H}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

On suppose de plus que la charge d'une phase se répartit de manière égale sur les deux conducteurs (identiques) qui la composent :

$$q_1 = q_2 = \frac{q_a}{2} \quad q_3 = q_4 = \frac{q_b}{2} \quad q_5 = q_6 = \frac{q_c}{2}$$

On suppose enfin que les potentiels des conducteurs d'une même phase (reliés par des entretoises) sont égaux :

$$v_1 = v_2 = v_a \quad v_3 = v_4 = v_b \quad v_5 = v_6 = v_c$$

En considérant une ligne sur deux dans (6.21) et en regroupant les colonnes, on obtient aisément :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\ln \frac{4H^2}{dr} \right) & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} \\ & \frac{1}{2} \left(\ln \frac{4H^2}{dr} \right) & \ln \frac{2H}{d_{bc}} \\ & & \frac{1}{2} \left(\ln \frac{4H^2}{dr} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} & \ln \frac{2H}{d_{ab}} & \ln \frac{2H}{d_{ac}} \\ & \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} & \ln \frac{2H}{d_{bc}} \\ & & \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.22)$$

dans laquelle on retrouve le rayon moyen géométrique.

Ligne triphasée transposée à faisceau de conducteurs

Lorsque l'on combine les techniques de transposition et de faisceau, la matrice d'inélastance de la ligne devient :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \begin{bmatrix} \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} & \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} & \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ & \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} & \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \\ & & \ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

qui fait intervenir la distance et le rayon moyens géométriques.

Les capacités mutuelles étant à nouveau toutes égales, on peut calculer la capacité shunt par phase, toujours sous l'hypothèse (6.19). De (6.22) on tire pour la phase a , par exemple :

$$\begin{aligned} v_a &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \left(\ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} q_a + \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} (q_b + q_c) \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o\epsilon_r} \left(\ln \frac{2H}{\sqrt{dr}} - \ln \frac{2H}{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}} \right) q_a \end{aligned} \quad (6.24)$$

On en déduit la capacité recherchée (en F/m) :

$$c = 2\pi\epsilon_o\epsilon_r \frac{1}{\ln \frac{\sqrt[3]{d_{ab}d_{ac}d_{bc}}}{\sqrt{dr}}} \quad (6.25)$$

résultat, ici encore, indépendant de H .

6.1.3 Résistance série

Les bons conducteurs utilisés pour le transport de l'énergie électrique sont le cuivre et l'aluminium. Le cuivre a une résistivité de $18.10^{-9} \Omega.m$ tandis que celle de l'aluminium est de $29.10^{-9} \Omega.m$, soit 60 % de plus. Cependant la densité du cuivre est nettement plus élevée (8900 kg/m^3) que celle de l'aluminium (2700 kg/m^3). Il en résulte qu'à résistance égale, le poids d'un conducteur en aluminium est de $29/18 \times 2700/8900 = 0.488$ fois celui du cuivre. Ceci conduit à utiliser l'aluminium afin de moins solliciter les pylônes et les chaînes d'isolateurs. De plus, l'aluminium est moins cher que le cuivre.

En revanche, l'aluminium n'a pas la résistance mécanique requise pour les longues portées entre pylônes d'une ligne THT. On utilise donc un alliage d'aluminium plus résistant ou l'on équipe le conducteur d'une âme en acier.

Les conducteurs sont constitués de brins qui leur confèrent la flexibilité requise pour les enrouler en bobines en vue de les transporter sur les lieux de leur utilisation. En présence d'une âme en acier, les brins d'acier sont au centre, ceux d'aluminium en périphérie. Les brins sont torsadés, chaque couche étant torsadée en sens inverse de la précédente pour éviter que les brins se déroulent. A cause de leur disposition en spirale les brins sont environ 1 à 2 % plus longs que le conducteur assemblé.

Aux fréquences de 50 ou 60 Hz, il y a un certain effet pelliculaire (ou effet de peau). Rappelons que ce dernier est présent quand un courant alternatif circule dans un conducteur. La densité de courant n'est pas uniforme dans la section ; le courant se répartit davantage en périphérie du conducteur qu'au centre. Il en résulte que la résistance linéique (en Ω/m) est plus élevée qu'en courant continu, laquelle est donnée par :

$$r = \frac{\rho}{s} \quad (6.26)$$

où ρ est la résistivité du matériau (en $\Omega.m$) et s la section du conducteur (en m^2). Dans le cas d'un conducteur avec âme en acier, l'effet pelliculaire répartit le courant dans la partie en aluminium et la partie en acier contribue relativement peu à la résistance et à l'échauffement du conducteur. La non-utilisation de la partie la plus interne du conducteur est une raison supplémentaire pour ne pas utiliser des sections trop importantes et, donc, pour préférer un faisceau de plusieurs conducteurs, chacun de section moindre.

6.1.4 Conductance shunt

La conductance shunt (ou "latérale") d'une ligne est très faible. En fait, il existe des courants de fuite, principalement à la surface des isolateurs et surtout quand l'atmosphère est poussiéreuse (en milieu industriel) ou saline (à proximité de la mer). Toutefois les pertes associées à ces courants sont très faibles devant les puissances véhiculées par les lignes et l'on néglige très souvent cette conductance en pratique.

6.1.5 Ordres de grandeur

Le tableau ci-après donne l'ordre de grandeur des résistances série, réactances série et admittances shunt, par phase, linéiques et à 50 Hz, pour un échantillon représentatif de lignes HT et THT présentes dans le réseau belge.

Le tableau reprend également les limites thermiques considérées en fin de chapitre.

	tensions nominales (kV)			
	380	220	150	70
r (Ω/km)	0.03	0.04 – 0.09	0.05 – 0.12	0.09 – 0.35
ωl (Ω/km)	0.3 ⁽²⁾	0.3 ⁽²⁾ ou 0.4 ⁽¹⁾	0.4 ⁽¹⁾	0.2 – 0.4 ⁽¹⁾
ωc ($\mu S/\text{km}$)	3.0	3.0	3.0	3.0
S_{max} (MVA)	1350 ou 1420	250–500	150 – 350	30 – 100
	⁽¹⁾ 1 conducteur par phase		⁽²⁾ 2 conducteurs par phase	

On voit qu'il y a une assez grande dispersion dans les valeurs des résistances, correspondant à une assez grande variété de sections de conducteurs.

On notera qu'en THT la résistance est faible devant la réactance.

La susceptance shunt est relativement constante pour les différents niveaux de tension considérés dans le tableau ci-dessus.

6.2 La ligne traitée comme un composant distribué

La figure 6.5 représente le schéma par phase d'une ligne de longueur d . Nous désignons par $z = r + j\omega l$ l'impédance série linéique (en Ω/m) et par $y = g + j\omega c$ l'admittance shunt linéique (entre phase et neutre, en S/m)⁴. Nous considérons la présence d'une conductance shunt, dans un souci de généralité.

Désignons par x la position d'un point de la ligne, repérée par rapport à l'extrémité 22'⁵. Les impédance, admittance, tensions et courants relatifs à une section de longueur infinitésimale dx sont indiqués à la figure 6.5.

L'application des lois d'Ohm et de Kirchhoff à cette section infinitésimale donne :

$$\begin{aligned} d\bar{V} &= \bar{I} z dx \\ d\bar{I} &= (\bar{V} + d\bar{V}) y dx \simeq \bar{V} y dx \end{aligned}$$

où le produit $d\bar{V} dx$ a été négligé. Ceci conduit aux deux équations différentielles du premier ordre :

$$\frac{d\bar{V}}{dx} = z\bar{I} \quad (6.27)$$

$$\frac{d\bar{I}}{dx} = y\bar{V} \quad (6.28)$$

4. Nous utilisons des lettres minuscules pour désigner des grandeurs linéiques

5. ce choix simplifie certains des calculs qui suivent

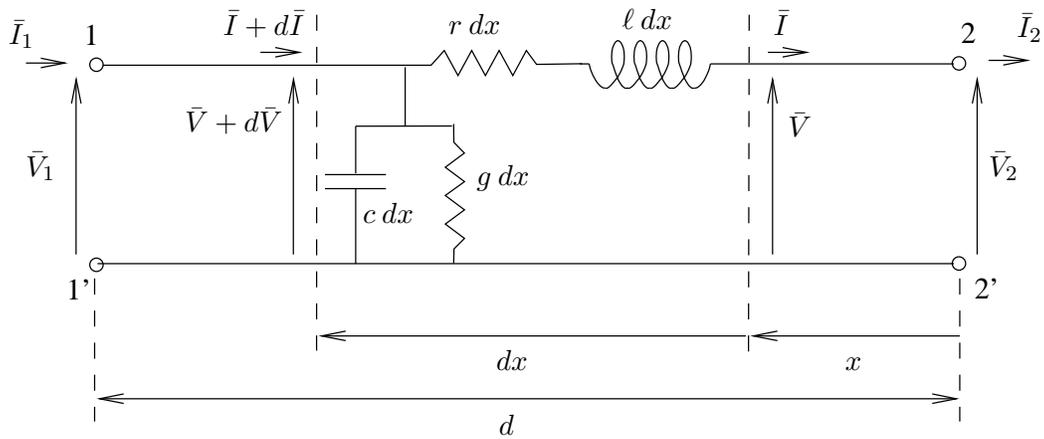


FIGURE 6.5 – schéma par phase d'une ligne en régime sinusoïdal

qui peuvent être combinées en une équation différentielle du second ordre :

$$\text{soit } \frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = yz \bar{V} = \gamma^2 \bar{V} \quad (6.29)$$

$$\text{soit } \frac{d^2 \bar{I}}{dx^2} = yz \bar{I} = \gamma^2 \bar{I} \quad (6.30)$$

où l'on a posé :

$$\gamma = \sqrt{yz} \quad (6.31)$$

Cette grandeur est appelée la *constante de propagation* de la ligne et s'exprime en m^{-1} .

L'équation caractéristique relative à (6.29) est $s^2 - \gamma^2 = 0$, dont les racines sont $\pm \gamma$. La solution de l'équation (6.29) est donc de la forme :

$$\bar{V} = k_1 e^{\gamma x} + k_2 e^{-\gamma x} \quad (6.32)$$

La solution de l'équation (6.30) est de la même forme.

Avant de poursuivre le développement, un commentaire s'impose sur la signification des deux termes de (6.32). Décomposons k_1, k_2 et γ comme suit :

$$\begin{aligned} k_1 &= |k_1| e^{j\nu_1} \\ k_2 &= |k_2| e^{j\nu_2} \\ \gamma &= \alpha + j\beta \end{aligned} \quad (6.33)$$

La relation (6.32) devient :

$$\bar{V} = |k_1| e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \nu_1)} + |k_2| e^{-\alpha x} e^{j(-\beta x + \nu_2)}$$

La tension à l'instant t et à la coordonnée x vaut donc :

$$v(x, t) = \underbrace{|k_1| \sqrt{2} e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \nu_1)}_{v_1(x, t)} + \underbrace{|k_2| \sqrt{2} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \nu_2)}_{v_2(x, t)}$$

Le terme $v_1(x, t)$ correspond à une onde qui se propage de la gauche vers la droite, en s'atténuant. En effet, pour un x fixé, $v_1(x, t)$ est une fonction sinusoïdale du temps et, pour un t fixé, c'est une fonction sinusoïdale de la position x . Cette onde est appelée *onde incidente*, tandis que α est appelé *constante d'atténuation* et β *constante de phase*. De même $v_2(x, t)$ correspond à une onde qui se propage, en s'atténuant, de la droite vers la gauche. Il s'agit de l'*onde réfléchie*.

La vitesse de propagation de ces ondes, soit ω/β , est celle de la lumière dans l'air qui entoure la ligne, soit un peu moins de 300.000 km/s. La longueur d'onde λ est la distance entre deux maxima voisins de la cosinusoïde, à un instant donné. On trouve aisément que $\lambda = 2\pi/\beta$. En combinant ces deux informations, on conclut que la longueur d'onde d'un signal à 50 Hz est d'environ 6.000 km. Même les lignes les plus longues utilisées dans le monde sont donc courtes par rapport à cette longueur d'onde.

L'interprétation ci-dessus prend tout son sens lorsque l'on étudie les transitoires électromagnétiques se produisant suite à un coup de foudre sur la ligne ou suite à une manoeuvre (mise sous tension par exemple). Ainsi, si une onde de tension due à la foudre se propage sur une ligne et atteint une extrémité ouverte, elle se réfléchit entièrement, ce qui peut conduire à une tension double à cette extrémité ouverte. De tels phénomènes doivent évidemment être pris en compte lors du design de l'isolation des équipements. Leur étude requiert de résoudre des équations aux dérivées partielles (équation "*des télégraphistes*"), qui sortent du cadre de ce cours.

Revenons à l'expression (6.32) et transformons-la en l'expression suivante, plus pratique :

$$\bar{V} = (k_1 + k_2) \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} + (k_1 - k_2) \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = K_1 \operatorname{ch} \gamma x + K_2 \operatorname{sh} \gamma x \quad (6.34)$$

Notons \bar{V}_1, \bar{V}_2 (resp. \bar{I}_1, \bar{I}_2) les tensions (resp. courants) aux extrémités 11' et 22' de la ligne. On identifie les constantes K_1 et K_2 en considérant les conditions en $x = 0$:

- $\bar{V} = \bar{V}_2$ ce qui fournit : $K_1 = \bar{V}_2$

- $\bar{I} = \bar{I}_2$, c'est-à-dire, en vertu de (6.27) : $\left. \frac{d\bar{V}}{dx} \right]_{x=0} = z\bar{I}_2$

$$\Leftrightarrow K_1 \gamma \operatorname{sh} \gamma x + K_2 \gamma \operatorname{ch} \gamma x \Big|_{x=0} = z\bar{I}_2$$

$$\Leftrightarrow K_2 = \frac{z\bar{I}_2}{\gamma} = \sqrt{\frac{z}{y}} \bar{I}_2$$

En remplaçant dans (6.34), on obtient donc l'expression de la tension en un point d'abscisse x :

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x + Z_c \bar{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x \quad (6.35)$$

où l'on a posé :

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (6.36)$$

Cette grandeur est appelée *impédance caractéristique* de la ligne et s'exprime en Ω .

Nous laissons au lecteur le soin d'établir l'expression correspondante du courant en un point d'abscisse x :

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma x + \bar{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x \quad (6.37)$$

Enfin, évaluées en $x = d$, ces équations fournissent les relations entre tensions et courants aux extrémités de la ligne :

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \operatorname{ch} \gamma d + Z_c \bar{I}_2 \operatorname{sh} \gamma d \quad (6.38)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma d + \bar{I}_2 \operatorname{ch} \gamma d \quad (6.39)$$

6.3 Quelques propriétés liées à l'impédance caractéristique

Considérons le cas d'une ligne sans pertes : $r = 0, g = 0$, hypothèse justifiée par le fait que g est tout à fait négligeable et r faible pour une ligne THT. On a successivement :

$$z = j\omega\ell$$

$$y = j\omega c$$

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{\ell c}$$

$$Z_c = |Z_c| = \sqrt{\frac{\ell}{c}}$$

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \cos \beta x + jZ_c \bar{I}_2 \sin \beta x \quad (6.40)$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 \cos \beta x + j\frac{\bar{V}_2}{Z_c} \sin \beta x \quad (6.41)$$

L'impédance caractéristique est donc une résistance pure. Si l'on ferme la ligne sur cette résistance, c'est-à-dire si $\bar{V}_2 = Z_c \bar{I}_2$, le régime qui s'installe possède plusieurs propriétés remarquables. En effet, les relations (6.40, 6.41) fournissent :

$$\bar{V} = \bar{V}_2 e^{j\beta x}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 e^{j\beta x}$$

En comparant avec (6.32), on voit qu'il n'y a pas d'onde réfléchie.

On en déduit que :

- la tension (resp. le courant) a une amplitude V_2 (resp. I_2) constante tout au long de la ligne
- la tension et le courant sont en phase en tout point de la ligne. L'impédance \bar{V}/\bar{I} vue en n'importe lequel de ses points est la résistance Z_c
- en conséquence, la ligne ne consomme ni ne produit de puissance réactive. Les productions $\omega c V^2$ équilibrent les pertes $\omega \ell I^2$
- la puissance triphasée qui transite au droit de n'importe quel point de la ligne est donc la puissance active fournie à la résistance Z_c , soit :

$$P_c = 3 \frac{V_2^2}{Z_c} \quad (6.42)$$

où V_2 est la tension de phase. Lorsque l'on prend pour V_2 la tension *nominale* V_N de la ligne, c'est-à-dire la tension pour laquelle elle a été conçue, la valeur de P_c est appelée *puissance naturelle* de la ligne

- ces propriétés s'appliquent quelle que soit la longueur d de la ligne !

On peut montrer que si la ligne est fermée sur une résistance inférieure (resp. supérieure) à Z_c , c'est-à-dire si elle reçoit une puissance active supérieure (resp. inférieure) à P_c , elle consomme (resp. produit) de la puissance réactive. En particulier une ligne ouverte à une de ses extrémités se comporte comme un condensateur à l'autre.

Remarque. Dans la transmission d'information, on s'arrange généralement pour fermer les câbles (coaxiaux p.ex.) sur leurs impédances caractéristiques (p.ex. 75Ω) afin de minimiser la réflexion d'onde. Par contre, ce n'est jamais le cas pour les lignes de transport d'énergie électrique. En effet, en pratique, celles-ci ne fonctionnent jamais à leurs puissances naturelles, les flux de puissance étant variables car dictés par les consommations et les productions.

6.4 Schéma équivalent d'une ligne

La structure la plus employée pour représenter une ligne est le schéma équivalent en pi, représenté à la figure 6.6. Déterminons la valeur à donner à l'impédance Z_{ser} et à l'admittance Y_{sh} de ce circuit à éléments condensés pour que, vu des accès 11' et 22', il ait le même comportement que le composant distribué considéré à la figure 6.5.

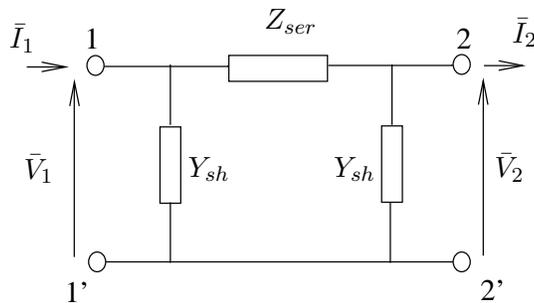


FIGURE 6.6 – schéma équivalent en pi de la ligne (éléments condensés)

Définissons au préalable les grandeurs suivantes, relatives à la totalité de la ligne :

$$R = r d \quad L = \ell d \quad G = g d \quad C = c d \quad Z = z d \quad Y = y d$$

On établit aisément à partir de la figure 6.6 que :

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + Z_{ser}(\bar{I}_2 + Y_{sh}\bar{V}_2) = (1 + Z_{ser}Y_{sh})\bar{V}_2 + Z_{ser}\bar{I}_2$$

Une identification terme à terme avec (6.38) fournit :

$$Z_{ser} = Z_c \operatorname{sh} \gamma d \quad (6.43)$$

$$1 + Z_{ser}Y_{sh} = \operatorname{ch} \gamma d \quad \Leftrightarrow \quad Y_{sh} = \frac{\operatorname{ch} \gamma d - 1}{Z_c \operatorname{sh} \gamma d} = \frac{1}{Z_c} \operatorname{th} \frac{\gamma d}{2} \quad (6.44)$$

Pour des lignes d'une longueur inférieure à 150 km, on considère que $|\gamma d|$ est suffisamment faible pour pouvoir remplacer les fonctions hyperboliques par leurs développements en série limités au

premier ordre :

$$\begin{aligned}\operatorname{sh} \gamma d &\simeq \gamma d + \dots \\ \operatorname{th} \frac{\gamma d}{2} &\simeq \frac{\gamma d}{2} + \dots\end{aligned}$$

Une substitution dans (6.43, 6.44) donne alors :

$$\begin{aligned}Z_{ser} &= Z_c \gamma d = \sqrt{\frac{z}{y}} \sqrt{zy} d = zd = Z \\ Y_{sh} &= \frac{1}{Z_c} \frac{\gamma d}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{z}} \sqrt{zy} d = \frac{1}{2} yd = \frac{Y}{2}\end{aligned}$$

En conclusion, une ligne de transport peut toujours être modélisée par un schéma équivalent en pi. Pour une longueur inférieure à 150 km, les paramètres de ce schéma équivalent sont obtenus en multipliant simplement les valeurs linéiques par la longueur de la ligne. On parle de *ligne courte*. Au-delà de 150 km, il convient d'utiliser les expressions (6.43, 6.44).

6.5 Caractéristiques des câbles

Pour des raisons évidentes, les câbles sont utilisés en milieu urbain et en milieu aquatique. Sous la pression de l'opinion et des pouvoirs publics, par souci du respect du paysage, on tend à les substituer aux lignes aériennes HT ou THT, du moins lorsqu'il s'agit de remplacer une ligne arrivée en fin de vie ou de renforcer le réseau existant.

Les câbles sont en général plus fiables que les lignes aériennes car ils ne sont pas exposés aux perturbations provenant de la foudre, du vent ou de la glace. Toutefois, il faut noter qu'un câble coûte entre 6 et 10 fois plus qu'une ligne aérienne, à puissance égale. De plus, la maintenance est plus malaisée en ce sens qu'une inspection visuelle n'est pas possible comme pour les lignes aériennes et que la réparation nécessite d'ouvrir le sol. Enfin, il existe des limitations de nature électrique, comme mentionné plus loin.

En ce qui concerne le choix du métal, par rapport à une ligne aérienne, le critère le plus contraignant n'est pas le poids mais plutôt le dégagement de chaleur dû aux pertes Joule. En effet le câble est dans un espace confiné et n'est pas ventilé comme les conducteurs d'une ligne aérienne. Dans ce cas, le cuivre est plus avantageux que l'aluminium car, à section égale, la résistance est plus faible.

Les développements de la section 6.1 s'appliquent aussi aux câbles, moyennant quelques adaptations dans le détail desquelles nous n'entrerons pas. Cependant, les valeurs des paramètres linéiques sont très différentes. Le tableau ci-après donne l'ordre de grandeur des résistances série, réactances série et admittances shunt, par phase, par km et à 50 Hz, pour un échantillon représentatif de câbles utilisés dans le réseau belge.

Par rapport à une ligne aérienne de même tension nominale et de section comparable :

- dans le cas d'un câble, la permittivité ϵ du matériau isolant est beaucoup plus élevée que celle de l'air qui entoure une ligne aérienne. Les phases sont donc beaucoup plus proches l'une de l'autre. Il en résulte que l'inductance cyclique d'un câble est nettement plus faible que celle

	tensions nominales (kV)	
	150	36
r (Ω/km)	0.03 – 0.12	0.06 – 0.16
ωl (Ω/km)	0.12 – 0.22	0.10 – 0.17
ωc ($\mu\text{S}/\text{km}$)	30 – 70	40 – 120
S_{max} (MVA)	100 – 300	10 – 30

d'une ligne aérienne de même tension nominale et de section comparable. Ceci explique les valeurs nettement plus faibles de la réactance série par phase observées dans le tableau ci-dessus ;

- la permittivité plus élevée du milieu isolant conduit à une capacité shunt par phase plus élevée pour le câble. Les distances plus faibles entre phases contribuent également à une valeur plus élevée de cette capacité. Il s'en suit qu'un câble présente une susceptance shunt par phase nettement plus élevée, comme le montre le tableau ci-dessus.

La valeur élevée de cette susceptance shunt est un obstacle à l'utilisation de câbles HT ou THT sur de longues distances. En effet :

- plus la longueur augmente, plus le courant capacitif total augmente. Il existe même une longueur à laquelle ce courant pourrait atteindre la limite thermique admissible pour le câble, auquel cas ce dernier fonctionnerait à sa limite rien que par le fait d'être mis sous tension, avant même d'y faire transiter une puissance ! (voir à ce sujet un des exercices)
- plus la longueur augmente, plus le câble produit de la puissance réactive, ce qui peut provoquer des surtensions dans le réseau.

Ceci conduit à utiliser le transport à courant continu (sous haute tension) au delà d'une certaine longueur de câble, par exemple pour des liaisons sous-marines.

6.6 Limite thermique

Le passage du courant dans un conducteur de ligne y entraîne des pertes par effet Joule, qui échauffent le matériau.

Un tel échauffement doit être limité pour deux raisons :

- il entraîne une dilatation du conducteur, qui le fait se rapprocher du sol, d'où un risque de court-circuit ou d'électrocution ;
- au delà d'une certaine température, l'aluminium subit une dégradation irréversible par un effet de "recuit", diminuant sa résistance mécanique.

La température maximale typique des conducteurs d'une ligne aérienne est de 75° C.

Chaque ligne est caractérisée par un courant maximal admissible en permanence, dans une quelconque de ses phases. Nous noterons ce dernier I_{max} . Cette valeur est souvent désignée sous le vocable d'*ampacité*.

C'est principalement la densité de courant maximale (en A/mm^2) qui détermine la valeur de I_{max} . Evidemment, plus la section du conducteur augmente, plus le courant I_{max} est élevé.

I_{max} dépend des conditions de refroidissement de la ligne. Ainsi, en hiver une ligne peut supporter un courant plus élevé qu'en été, car l'air ambiant la refroidit davantage. Par ailleurs, à section de métal égale, un faisceau offre une plus grande surface de contact avec l'air, d'où une meilleure évacuation de la chaleur et donc un courant maximal admissible plus élevé.

De manière à tirer le meilleur parti possible des lignes, certains exploitants de réseau s'efforcent d'estimer la valeur de I_{max} en fonction des conditions climatiques du moment. Une difficulté réside dans le fait que tous les tronçons de la ligne ne sont pas nécessairement exposés aux mêmes conditions de refroidissement (p.ex. vitesse du vent) et que c'est le tronçon le moins favorisé qui limite le courant que la ligne peut véhiculer.

Une alternative consiste à estimer directement la flèche du conducteur, puisque c'est un des facteurs qui limite le courant. A cette fin, une technique originale fondée sur l'analyse spectrale des fréquences de vibration du conducteur a été développée à l'Université de Liège. Elle est utilisée dans le dispositif AMPACIMON mis au point et proposé par la spin-off de l'université de même nom (voir <http://www.ampacimon.com/>).

En ce qui concerne la limite thermique d'un câble :

- à section de métal égale, elle est plus faible que pour une ligne, étant donné que l'évacuation de la chaleur se fait beaucoup moins bien et qu'une température excessive dégraderait l'isolant entourant les conducteurs ;
- un obstacle à l'augmentation de la section des conducteurs est la perte de souplesse mécanique du câble, rendant son enroulement impossible.

Très souvent on caractérise la capacité thermique par la puissance apparente triphasée S_{max} qui traverse le composant lorsque la tension est à sa valeur nominale et le courant égal à I_{max} . On a donc :

$$S_{max} = 3V_N I_{max} = \sqrt{3}U_N I_{max}$$

où V_N est la valeur nominale de la tension de phase et U_N celle entre phases. Des exemples de valeurs sont donnés à la section 6.1.5.

Notons que, par inertie thermique, la montée en température de la ligne ou du câble n'est pas instantanée. Une surcharge thermique au delà de I_{max} est donc tolérable durant un certain temps. Ce dernier est d'autant plus court que la surcharge est forte. Certains exploitants définissent des limites thermiques admissibles à 1, 10 ou 20 minutes, par exemple. Au-delà d'une certaine valeur du courant, la ligne est mise hors service par les protections.

Mentionnons enfin le développement au cours de la dernière décennie de lignes aériennes équipées de conducteurs HTLS, abréviation pour "High Temperature Low Sag⁶". Dans ces derniers, l'âme aussi bien que les conducteurs peuvent supporter des températures plus élevées - jusque 210° C - sans se détériorer, ni se dilater autant que les matériaux traditionnels (coefficient de dilatation de 3 à 6 fois plus faible). L'âme en acier, en alliage spécial ou en matériau composite reprend tout l'effort mécanique au delà d'une certaine température. Ceci permet de transporter des courants environ deux fois plus élevés, soit un gain considérable en termes de limite S_{max} . Des variations de résistance importantes accompagnent de telles excursions de température : la résistance est de 1.5 à 2 fois plus élevée à 210° C qu'à 25° C. Il convient donc d'ajuster R dans le modèle de la

6. flèche

ligne, en fonction du courant véhiculé par celle-ci. Pour une ligne traditionnelle où la température se situe entre 25° et 75° C, cette variation de R est nettement moins importante.

Chapitre 7

Le transformateur de puissance

Au-delà d'une certaine distance et/ou d'une certaine puissance, le transport d'énergie électrique doit se faire sous une tension suffisamment élevée. En effet, la puissance est le produit de la tension par le courant ; pour une puissance donnée, plus la tension est élevée, plus le courant est faible. Il en résulte donc des pertes par effet Joule et des sections de conducteurs plus faibles.

Or, la tension aux bornes d'un alternateur ne dépasse pas 25 kV en pratique. Il s'agit en effet d'une machine relativement compacte et son fonctionnement sous des tensions plus élevées poserait des problèmes d'isolation.

Le transformateur est le composant permettant d'élever l'amplitude de la tension alternative disponible à la sortie de l'alternateur pour l'amener aux niveaux requis pour le transport. A l'autre bout de la chaîne, du côté des consommateurs, les transformateurs sont utilisés pour abaisser la tension et la ramener aux valeurs utilisées dans les réseaux de distribution.

Enfin, en plus de transmettre de l'énergie électrique d'un niveau de tension à un autre, les transformateurs peuvent être utilisés pour contrôler la tension et les flux de puissance dans le réseau.

7.1 Transformateur monophasé

7.1.1 Principe

Un transformateur monophasé est constitué :

- d'un *noyau* magnétique feuilleté, obtenu par empilement de tôles réalisées dans un matériau à haute perméabilité magnétique
- de deux bobinages enroulés autour du noyau magnétique de manière à assurer un bon couplage magnétique entre ces deux circuits.

Un des enroulements est qualifié de *primaire* et sera repéré par l'indice 1 dans ce qui suit ; l'autre est qualifié de *secondaire* et sera repéré par l'indice 2. Si la tension secondaire est supérieure (resp. inférieure) à la tension primaire, on parle de transformateur *élévateur* (resp. *abaisseur*).

Un schéma de principe est donné à la figure 7.1. Insistons sur le fait qu'il s'agit d'un schéma idéalisé. Ainsi, les enroulements primaire et secondaire ont été représentés séparés pour des raisons de lisibilité mais dans un transformateur réel, ils se présentent généralement sous forme de deux cylindres concentriques, ou parfois de galettes alternées, de manière à assurer le meilleur couplage possible.

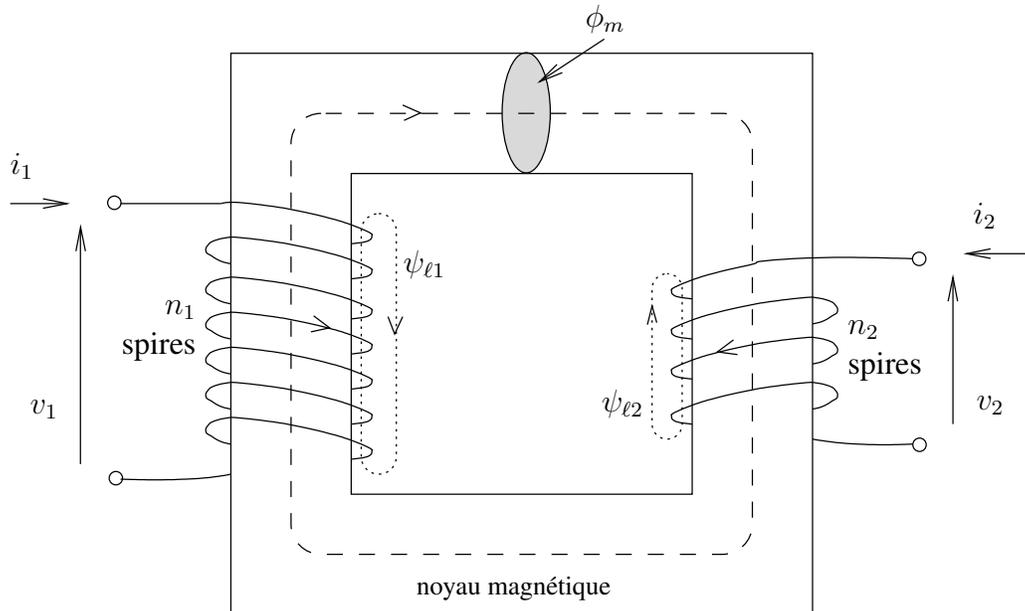


FIGURE 7.1 – transformateur monophasé (schéma de principe)

Le principe du transformateur est simple. Lorsque le primaire est alimenté par une source de tension alternative, il circule un courant i_1 qui crée dans le noyau magnétique un champ également alternatif dont l'amplitude dépend du nombre de spires n_1 du primaire et de la tension appliquée. Ce champ coupe les spires de l'enroulement secondaire et y crée un flux d'induction variable. Ceci induit une tension proportionnelle au nombre de spires n_2 de cet enroulement. La fermeture du circuit secondaire sur une charge (par exemple) provoque la circulation d'un courant i_2 dans cet enroulement. Ce courant génère à son tour un champ magnétique dans le noyau.

7.1.2 Modélisation

Lignes de champ et flux

Les lignes du champ magnétique créé par les courants i_1 et i_2 sont esquissées à la figure 7.1. Comme le suggère la figure, la majeure partie des lignes de champ sont contenues dans le noyau magnétique et coupent les deux enroulements. Cependant, certaines lignes de champ se ferment à l'extérieur du noyau en ne coupant les spires que d'un seul enroulement.

Notons ψ_1 (resp. ψ_2) le flux total embrassé par l'enroulement primaire (resp. secondaire). Notons également ϕ_m le flux créé par le champ dans une section du noyau magnétique. Ce flux est relié

aux courants i_1 et i_2 par :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathcal{R} \phi_m \quad (7.1)$$

où \mathcal{R} est la reluctance du noyau magnétique.

La présence du signe + (plutôt que $-$) dans cette relation se justifie par la manière dont les deux circuits sont enroulés sur le noyau et par l'orientation choisie pour les courants. En effet, on vérifie (p.ex. par la règle "du tire-bouchon") que les courants i_1 et i_2 donnent dans le noyau des flux qui s'ajoutent.

Compte tenu des deux types de lignes de champ, on peut décomposer ψ_1 en :

$$\psi_1 = \psi_{\ell 1} + n_1 \phi_m \quad (7.2)$$

où $\psi_{\ell 1}$ est le *flux de fuite* créé par les lignes de champ qui ne passent pas par le noyau et ne coupent que l'enroulement 1, tandis que $n_1 \phi_m$ est le flux créé par les lignes du champ qui passent par le circuit magnétique et sont communes aux deux enroulements. On peut de même décomposer ψ_2 en :

$$\psi_2 = \psi_{\ell 2} + n_2 \phi_m \quad (7.3)$$

Transformateur idéal

Supposons d'abord que le transformateur est construit de façon parfaite, c'est-à-dire :

- avec des enroulements sans résistance
- ne présentant aucun flux de fuite
- enroulés autour d'un matériau de perméabilité infinie.

La troisième hypothèse simplificatrice conduit à une reluctance nulle. La relation (7.1) fournit directement :

$$i_2 = -\frac{n_1}{n_2} i_1 \quad (7.4)$$

En l'absence de résistances et de flux de fuite, on a par ailleurs :

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{d\psi_1}{dt} = n_1 \frac{d\phi_m}{dt} \\ v_2 &= \frac{d\psi_2}{dt} = n_2 \frac{d\phi_m}{dt} \end{aligned}$$

d'où on tire évidemment :

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 \quad (7.5)$$

Les relations (7.4) et (7.5) correspondent bien au transformateur idéal tel qu'utilisé en théorie des circuits et repris à la figure 7.2.

Ces relations montrent clairement que, dans le cas d'un transformateur abaisseur, on a $n_2 < n_1$, $v_2 < v_1$ et $i_2 > i_1$. L'enroulement secondaire présente moins de spires mais une section plus grande. C'est évidemment l'inverse pour un transformateur élévateur¹.

On déduit encore de (7.4, 7.5) que :

$$v_1 i_1 = -v_2 i_2 \quad (7.6)$$

1. il suffit d'ailleurs de permuter les accès 1 et 2 !

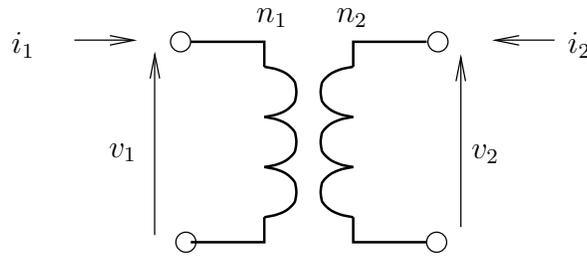


FIGURE 7.2 – transformateur idéal

Le transformateur idéal est sans pertes ; la puissance électrique qui entre par un enroulement sort entièrement par l'autre.

Transformateur réel

Nous allons à présent relâcher les trois hypothèses simplificatrices faites plus haut et bâtir un schéma équivalent du transformateur réel au départ du transformateur idéal.

Définissons au préalable les *inductances de fuite* relatives aux deux enroulements :

$$L_{\ell 1} = \frac{\psi_{\ell 1}}{i_1} \quad L_{\ell 2} = \frac{\psi_{\ell 2}}{i_2} \quad (7.7)$$

ainsi que l'*inductance magnétisante (vue du primaire)* :

$$L_{m1} = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} \quad (7.8)$$

En introduisant (7.1) et (7.7) dans (7.2), on obtient pour l'enroulement primaire :

$$\begin{aligned} \psi_1 &= L_{\ell 1} i_1 + n_1 \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\mathcal{R}} \\ &= L_{\ell 1} i_1 + \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} i_1 + \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} i_2 \\ &= L_{\ell 1} i_1 + L_{m1} i_1 + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} i_2 \end{aligned} \quad (7.9)$$

et pour l'enroulement secondaire :

$$\begin{aligned} \psi_2 &= L_{\ell 2} i_2 + n_2 \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\mathcal{R}} \\ &= L_{\ell 2} i_2 + \frac{n_2^2}{\mathcal{R}} i_2 + \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} i_1 \\ &= L_{\ell 2} i_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_{m1} i_2 + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} i_1 \end{aligned} \quad (7.10)$$

Le transformateur est évidemment un cas particulier de deux circuits magnétiquement couplés, dont la représentation en Théorie des circuits est donnée à la figure 7.3. Les paramètres qui figurent

dans celle-ci sont reliés aux grandeurs définies plus haut par :

$$L_{11} = L_{\ell 1} + \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} \quad L_{22} = L_{\ell 2} + \frac{n_2^2}{\mathcal{R}} \quad L_{12} = \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} \quad (7.11)$$

Rappelons que, dans ce schéma, si les courants entrent par les bornes marquées d'un point noir (●), leurs contributions au flux commun ϕ_m s'ajoutent (au lieu de se soustraire).

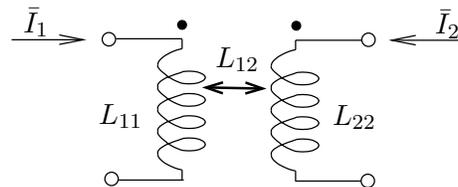


FIGURE 7.3 – circuits magnétiquement couplés

Rappelons aussi que l'inductance mutuelle a un signe. Si les courants sont comptés positifs lorsqu'ils entrent par les bornes marquées d'un ●, l'inductance mutuelle est positive.

Enfin, on montre aisément que le marquage ● indique des tensions qui sont en phase lorsque le transformateur est supposé idéal. La différence entre le potentiel de la borne marquée et celui de la borne non marquée au primaire est en phase avec la différence de potentiel correspondante au secondaire.

Les tensions aux bornes des enroulements s'obtiennent alors comme suit :

$$v_1 = R_1 i_1 + \frac{d\psi_1}{dt} = R_1 i_1 + L_{\ell 1} \frac{di_1}{dt} + L_{m1} \frac{di_1}{dt} + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = R_2 i_2 + \frac{d\psi_2}{dt} = R_2 i_2 + L_{\ell 2} \frac{di_2}{dt} + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 L_{m1} \frac{di_2}{dt} + \frac{n_2}{n_1} L_{m1} \frac{di_1}{dt}$$

Le lecteur est invité à vérifier que le schéma équivalent de la figure 7.4 correspond parfaitement à ces deux dernières relations.

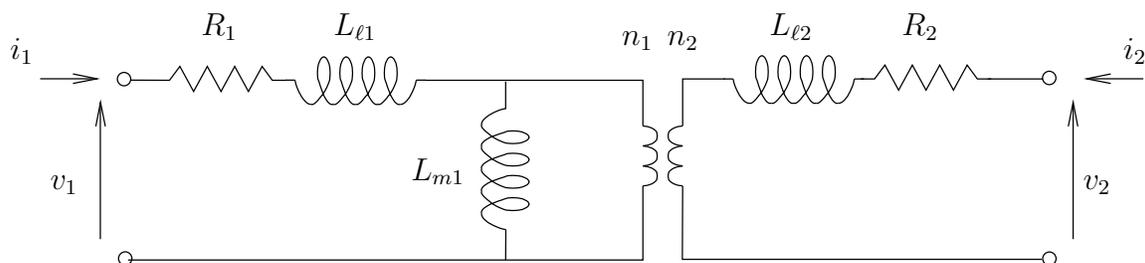


FIGURE 7.4 – schéma équivalent du transformateur monophasé (1ère version)

Ce dernier schéma peut être modifié en faisant passer la résistance R_2 et l'inductance $L_{\ell 2}$ de l'autre côté du transformateur idéal, moyennant multiplication par $(n_1/n_2)^2$. Ceci conduit au schéma équivalent de la figure 7.5.

Le modèle pourrait être raffiné en considérant (voir trait pointillé dans la figure 7.5) :

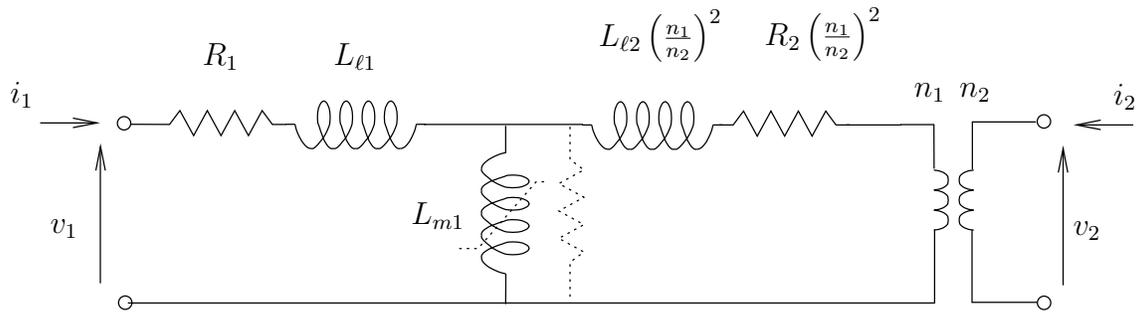


FIGURE 7.5 – schéma équivalent du transformateur monophasé (2ème version)

1. les pertes Joule causées par les courants de Foucault induits dans le matériau magnétique. On désigne couramment ces pertes sous le nom de “pertes fer”, par opposition aux “pertes cuivre” $R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2$ subies dans les enroulements. Celles-ci peuvent être prise en compte en plaçant une résistance en parallèle sur l’inductance magnétisante L_{m1}
2. en considérant la saturation du matériau magnétique, via une inductance L_{m1} non linéaire.

Les pertes évoquées au point 1 sont toutefois tout à fait négligeables devant les puissances transitant dans un transformateur de puissance.

En pratique, on utilise couramment un schéma équivalent simplifié dérivé de celui de la figure 7.5. La simplification tient compte du fait que la *réactance magnétisante* ωL_{m1} est très grande devant les résistances R_1, R_2 et les réactances de fuite $\omega L_{\ell 1}, \omega L_{\ell 2}$. Rappelons en effet que L_{m1} est associée aux lignes de champ qui passent par le noyau, à forte perméabilité magnétique, tandis que $L_{\ell 1}$ et $L_{\ell 2}$ correspondent aux lignes de champ à l’extérieur du noyau, c’est-à-dire dans un milieu non magnétique (isolant entourant les conducteurs, huile du transformateur). Les ordres de grandeur donnés à la section 7.3 confirmeront cette assertion. Dans ces conditions, on commet une erreur très faible en déplaçant la branche magnétisante à l’entrée 1 du schéma équivalent, ce qui conduit au schéma de la figure 7.6, dans lequel :

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{n_2}{n_1} \\
 R &= R_1 + \frac{R_2}{n^2} \\
 X &= \omega L_{\ell 1} + \frac{\omega L_{\ell 2}}{n^2} \\
 X_m &= \omega L_{m1}
 \end{aligned}$$

Une des raisons pratiques d’utiliser ce schéma est que les mesures classiquement effectuées sur un transformateur (essais à vide et en court-circuit : voir travaux pratiques) ne permettent d’identifier que les paramètres combinés R et X de la figure 7.6 et non les paramètres individuels apparaissant à la figure 7.5.

X (resp. R) est la réactance de fuite (resp. la résistance) “cumulée”. Compte tenu du fait que $X_m \gg X$, $R + jX$ est l’impédance vue de l’accès 1 lorsque l’accès est court-circuité. C’est la raison pour laquelle X est aussi appelée *réactance de court-circuit* du transformateur.

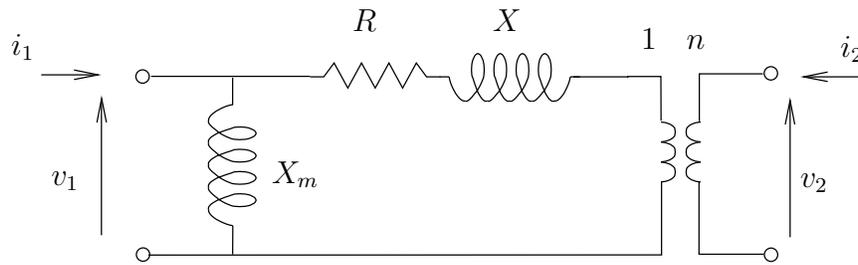


FIGURE 7.6 – schéma équivalent simplifié usuel du transformateur monophasé

7.2 Transformateur triphasé

7.2.1 Constitution

Un transformateur triphasé est un assemblage de trois transformateurs monophasés. Cet assemblage peut être réalisé de deux manières.

La première configuration fait appel à trois transformateurs monophasés séparés. La figure 7.7 se rapporte à un montage en étoile d'un côté et en triangle de l'autre. En régime équilibré, chaque transformateur voit évidemment transiter un tiers de la puissance totale. Cet agencement offre deux avantages : (i) en cas de défaillance d'une des phases, il suffit de remplacer le transformateur monophasé concerné et non la totalité du transformateur² ; (ii) dans le cas de postes situés dans des régions difficilement accessibles (p.ex. à cause du gabarit routier), il est plus aisé de transporter trois unités monophasées qu'une unité triphasée.

L'autre agencement utilise un noyau magnétique commun aux trois phases. Le principe est le suivant. Considérons trois transformateurs monophasés du type représenté à la figure 7.8, où les parties en gris clair et gris foncé représentent les enroulements primaire et secondaire, respectivement. La figure 7.9.a les représente vus du dessus. A la figure 7.9.b ils ont été fusionnés en un seul noyau en respectant une parfaite symétrie. Cependant, dans cette configuration, la colonne centrale n'est le siège d'aucun flux magnétique, car les champs créés par les différents enroulements s'annulent sous l'effet du déphasage des courants³. On peut donc la retirer, ce qui conduit au schéma de la figure 7.9.c.

Cependant, le transformateur montré à la figure 7.9.c serait difficile à réaliser et encombrant à transporter. On préfère disposer les trois colonnes dans un même plan, ce qui conduit à la configuration de la figure 7.10.a, qui est désignée en anglais par le vocable "core". Toutefois, cette configuration présente l'inconvénient de ne pas être symétrique vis-à-vis des trois phases. Cette dissymétrie est atténuée en adoptant la structure montrée à la figure 7.10.b, qui est désignée en anglais par le vocable "shell".

Avec un noyau commun aux trois phases, le volume de matériau magnétique est inférieur au vo-

2. dans un poste comportant plusieurs transformateurs identiques, on peut disposer d'une unité monophasée de réserve

3. c'est le même raisonnement qui conduit à éliminer le conducteur de retour reliant tous les neutres dans un système triphasé

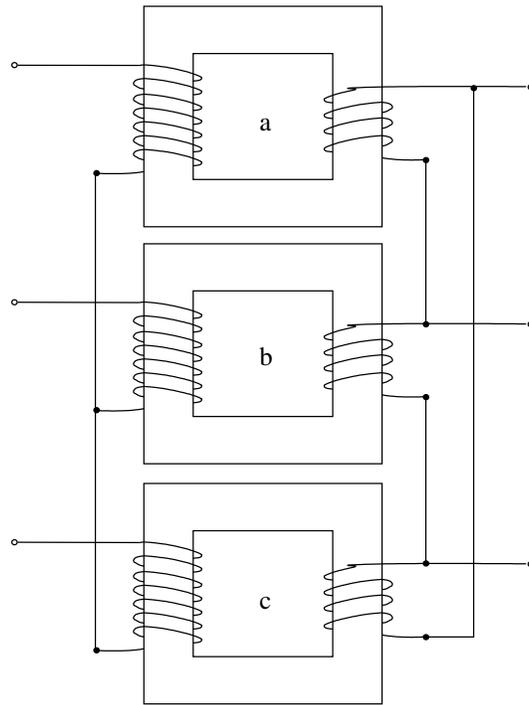


FIGURE 7.7 – assemblage de trois transformateurs monophasés

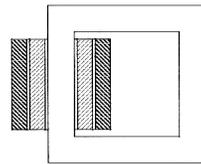


FIGURE 7.8 – disposition des enroulements sur le noyau d'un transformateur monophasé

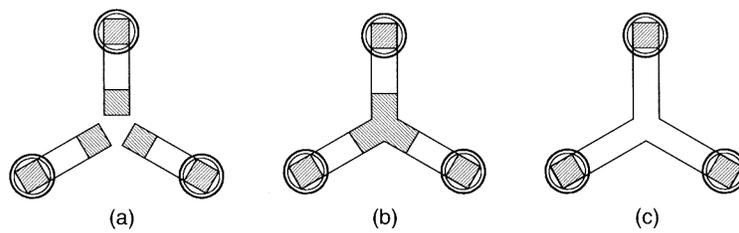


FIGURE 7.9 – création d'un noyau unique à partir de trois noyaux séparés

lume total des trois noyaux séparés, d'où un coût de fabrication moindre.

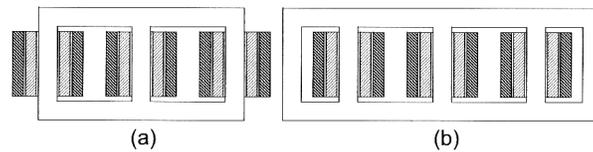


FIGURE 7.10 – disposition des enroulements dans un transformateur triphasé : (a) core, (b) shell

7.2.2 Choix du montage

Il y a quatre configurations possibles, selon que l'on connecte les enroulements primaires et secondaires en triangle ou en étoile. Parmi les critères qui guident le choix d'une configuration, citons :

- quand le transformateur est destiné à un réseau de transport THT, on préfère le montage en étoile car les tensions aux bornes de ses enroulements sont $\sqrt{3}$ fois plus petites ;
- le montage en étoile offre la possibilité de connecter le neutre à la terre ;
- il est aussi préféré pour le placement d'un régulateur en charge : voir section 7.5 ;
- quand le transformateur doit être parcouru par des courants importants (p.ex. le côté générateur d'un transformateur élévateur) on préfère le montage en triangle, dans les branches duquel les courants sont $\sqrt{3}$ fois plus petits ;
- le montage en triangle est utilisé pour éliminer les harmoniques d'ordre multiple de 3 (voir exercices).

7.2.3 Schémas équivalents monophasés

Dans la disposition de la figure 7.7, les phases ne sont pas couplées magnétiquement ; par contre, elles le sont dans le cas de la figure 7.10. Dans ce dernier cas, il convient de procéder à une analyse par phase en établissant la matrice d'impédance relatives aux trois phases et en se ramenant à une seule d'entre elles, comme décrit au chapitre 2. Cette technique étant bien acquise, nous ne ferons pas de développement dans ce sens et supposerons pour simplifier que le transformateur est constitué de trois transformateurs monophasés séparés.

Par contre, nous allons considérer l'impact sur le schéma équivalent par phase des montages en étoile ou en triangle.

Montage étoile-étoile

Le schéma équivalent du transformateur intervenant dans chaque phase est donné à la figure 7.6. En assemblant ces schémas équivalents en étoile-étoile, on aboutit aisément au schéma de la figure 7.11. Cette figure donne également les phaseurs des tensions au primaire et au secondaire de chaque transformateur idéal.

Remarques. Pour les besoins du dessin, les deux branches symbolisant un transformateur idéal ont été éloignées l'une de l'autre. Cependant, les deux branches qui se correspondent ont été dessinées parallèles. De plus, leur direction rappelle celle du phaseur des tensions à leurs bornes.

Le schéma équivalent monophasé de l'ensemble s'obtient en ne considérant tout simplement qu'une des trois phases, ce qui nous ramène évidemment au schéma de la figure 7.6.

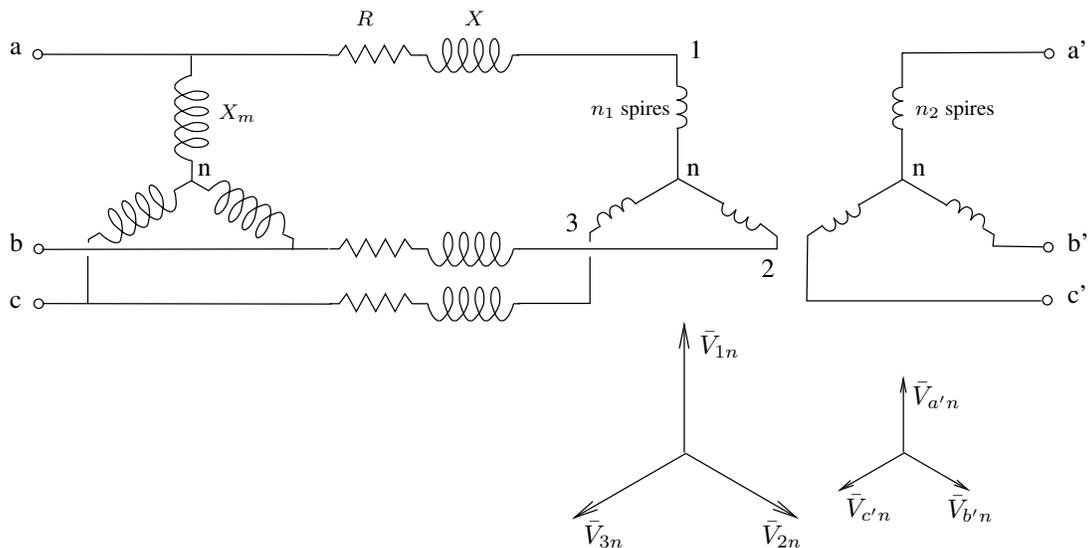


FIGURE 7.11 – schéma équivalent du transformateur triphasé étoile-étoile

Montage triangle-triangle

En partant à nouveau du schéma équivalent du transformateur intervenant dans chaque phase (cf fig. 7.6) et en les assemblant en triangle-triangle, on aboutit au schéma de la figure 7.12.

On constate que ce schéma est en fait la mise en parallèle de deux triangles : le premier comporte dans chacune de ses branches une impédance X_m , le second une impédance $R + jX$ en série avec un transformateur idéal de rapport $n = n_2/n_1$.

Pour se ramener au schéma équivalent monophasé, il faut transformer ces deux triangles en étoiles. Conformément à la formule de transfiguration, l'impédance qui intervient dans cette étoile est le tiers de celle intervenant dans le triangle. Par ailleurs, les tensions phase-neutre au primaire et au secondaire sont dans le même rapport que les tensions entre phases correspondantes, soit n_2/n_1 . Ceci conduit au schéma équivalent de la figure 7.13.

Montage étoile-triangle

Par combinaison des deux configurations précédentes, on obtient directement le schéma de la figure 7.14. Cette dernière montre également les phaseurs des tensions et des courants.

On déduit du phaseur des tensions que :

$$\vec{V}_{a'} = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\pi/6} \vec{V}_{a'c'} = \frac{n_2}{\sqrt{3}n_1} e^{j\pi/6} \vec{V}_{1n} = \bar{n} \vec{V}_{1n} \quad (7.12)$$

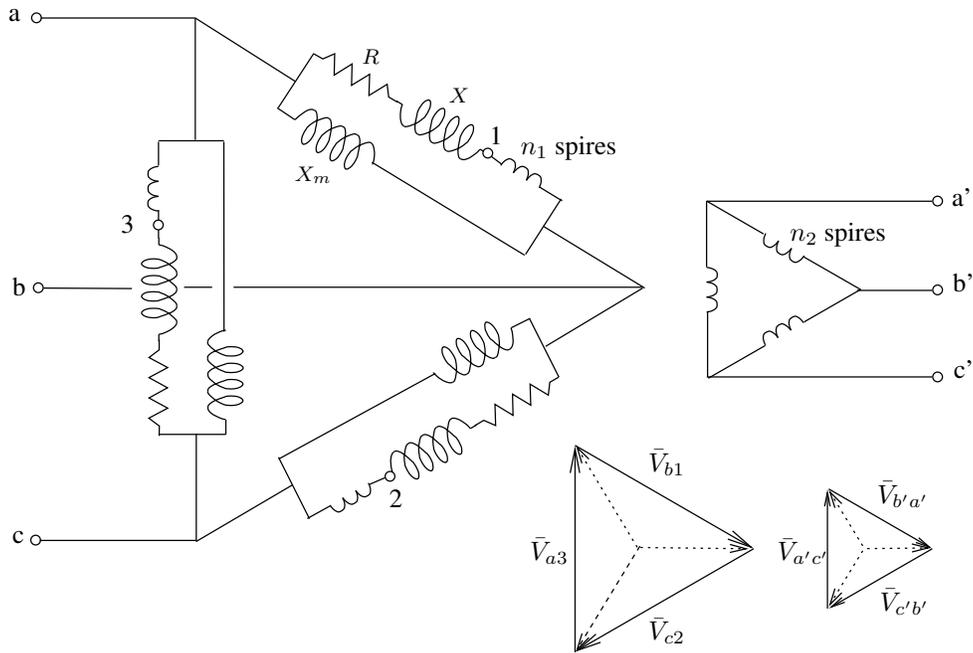


FIGURE 7.12 – schéma équivalent du transformateur triphasé triangle-triangle

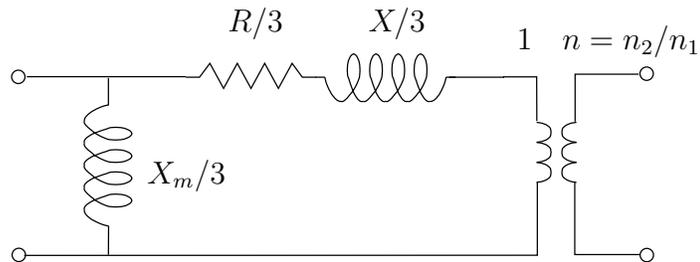


FIGURE 7.13 – schéma équivalent monophasé du transformateur triphasé triangle-triangle

où l'on a posé :

$$\bar{n} = \frac{n_2}{\sqrt{3} n_1} e^{j\pi/6} \quad (7.13)$$

On voit qu'il existe une avance de phase de 30° et une division par $\sqrt{3}$ lorsque l'on passe de la tension primaire (phase-neutre) à la tension secondaire (phase-neutre) du transformateur idéal. Nous reviendrons plus loin sur les conséquences de ce déphasage.

Pour les courants, on établit de même que :

$$\bar{I}_{a'} = \bar{I}_{a'c'} - \bar{I}_{b'a'} = \sqrt{3} e^{j\pi/6} \bar{I}_{a'c'} = \frac{\sqrt{3} n_1}{n_2} \frac{1}{e^{-j\pi/6}} \bar{I}_1 = \frac{1}{\bar{n}^*} \bar{I}_1 \quad (7.14)$$

Ces relations étant établies, on obtient aisément le schéma équivalent monophasé de la figure 7.15. Notons que ce dernier fait intervenir un *transformateur idéal à rapport \bar{n} complexe*, dont les relations caractéristiques sont rappelées en marge de la figure.

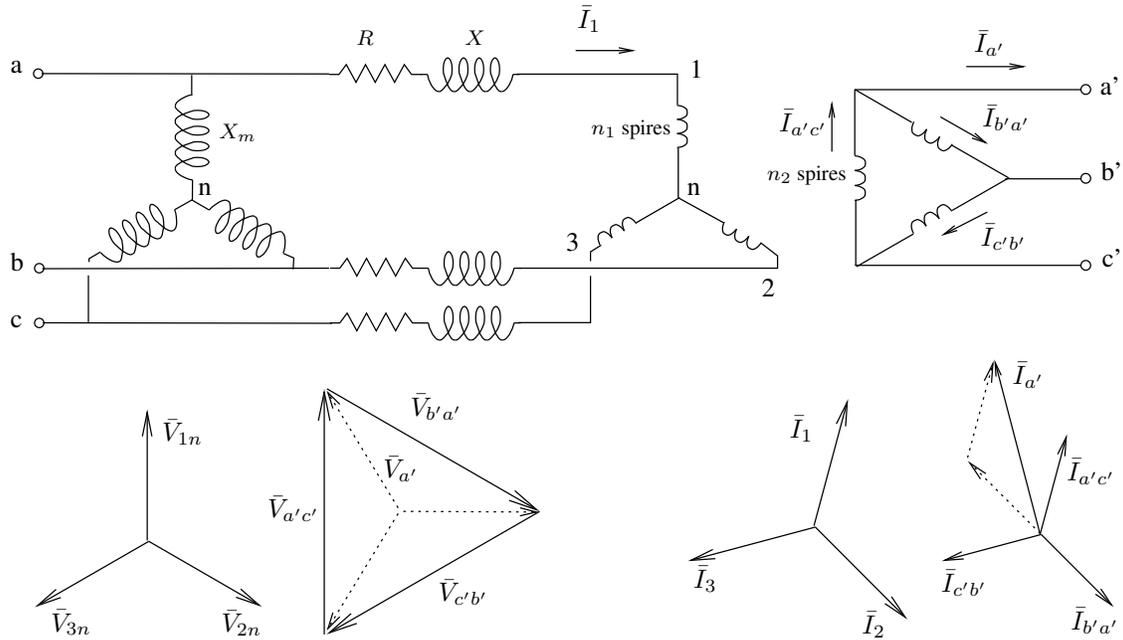


FIGURE 7.14 – schéma équivalent du transformateur triphasé étoile-triangle

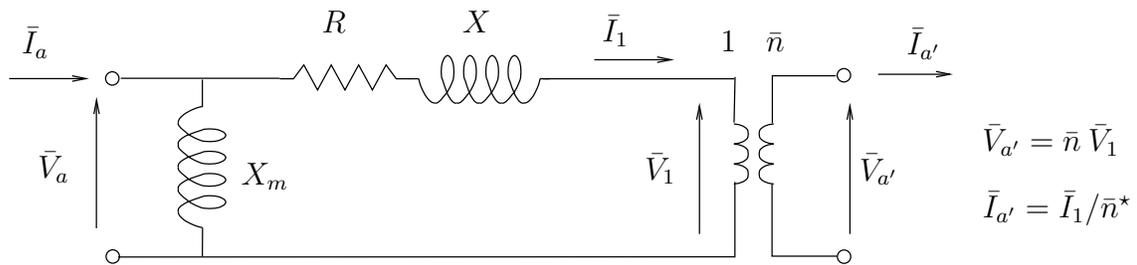


FIGURE 7.15 – schéma équivalent monophasé du transformateur triphasé étoile-triangle

Le transformateur à rapport complexe est une abstraction qui permet de tenir compte du déphasage de 30° créé par l'utilisation d'un montage mixte étoile-triangle. Notons les propriétés suivantes :

1. dans le cas où n est réel, on retrouve le transformateur idéal "classique"
2. il y a conservation de la puissance complexe :

$$\bar{V}_{a'} \bar{I}_{a'}^* = \bar{n} \bar{V}_1 \frac{1}{\bar{n}} \bar{I}_1^* = \bar{V}_1 \bar{I}_1^*$$

3. le quadripôle de la figure 7.15 n'est pas réciproque :

$$\bar{I}_a \Big|_{\bar{V}_a=0, \bar{V}_{a'}=1} \neq - \bar{I}_{a'} \Big|_{\bar{V}_a=1, \bar{V}_{a'}=0}$$

Montage triangle-étoile

Ce cas est semblable au précédent, sauf que le schéma équivalent monophasé comporte à présent le rapport de transformation complexe :

$$\bar{n} = \frac{\sqrt{3} n_2}{n_1} e^{-j\pi/6} \quad (7.15)$$

et les résistances et réactances $R/3$, $X/3$, $X_m/3$ (comme à la figure 7.13).

7.2.4 Désignation des transformateurs et indice horaire

Pour caractériser complètement le couplage des enroulements d'un transformateur triphasé, on utilise une abréviation standardisée par l'I.E.C.⁴, caractérisée au minimum par 3 symboles :

- une lettre majuscule pour le côté haute tension : Y pour étoile ou D pour triangle
- une lettre minuscule pour le côté basse tension : y pour étoile ou d pour triangle
- un nombre compris entre 0 et 11, appelé *indice horaire*, caractérisant le déphasage entre tensions primaire et secondaire relatives à une même phase, le transformateur étant supposé idéal. Ce nombre est obtenu en plaçant sur un cadran d'horloge, le phaseur de la haute tension sur le nombre 12 et en lisant le nombre pointé par le phaseur de la basse tension.

Dans le cas d'un montage en étoile, on ajoute la lettre "n" après "Y" ou "y" pour indiquer que le neutre est mis à la terre.

Lorsqu'un même sous-réseau est alimenté par deux transformateurs (ou plus) "en parallèle" (c'est-à-dire qu'il existe au moins une maille incluant ces deux transformateurs), ceux-ci doivent avoir le même indice horaire, sous peine de créer des déphasages et donc des transits de puissance très importants que l'équipement ne pourrait supporter. Par exemple, la figure 7.16 montre deux situations autorisées et une interdite.

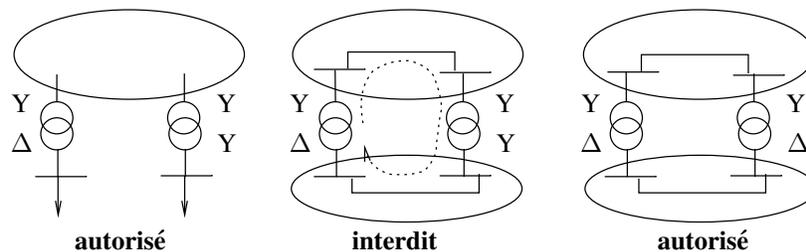


FIGURE 7.16 – connexion de transformateurs en parallèle

7.2.5 Simplification des calculs

Considérons le cas d'un réseau R_1 relié à un réseau R_2 via deux transformateurs. Les modules n_A et n_B de leurs rapports de transformation peuvent être différents mais, comme indiqué précédemment,

4. International Electrotechnical Commission

les deux transformateurs doivent avoir le même groupe horaire ; les phases des rapports de transformation sont donc égales : $\varphi_A = \varphi_B = \varphi$.

La figure 7.17 fait apparaître le schéma équivalent de chacun d'entre eux, dans lequel le transformateur idéal à rapport complexe $\bar{n}_A = n_A e^{j\varphi_A}$ (resp. $\bar{n}_B = n_B e^{j\varphi_B}$) a été remplacé par un transformateur idéal à rapport réel $n_A e^{j0}$ (resp. $n_B e^{j0}$) en cascade avec un transformateur idéal à rapport complexe $e^{j\varphi_A}$ (resp. $e^{j\varphi_B}$).

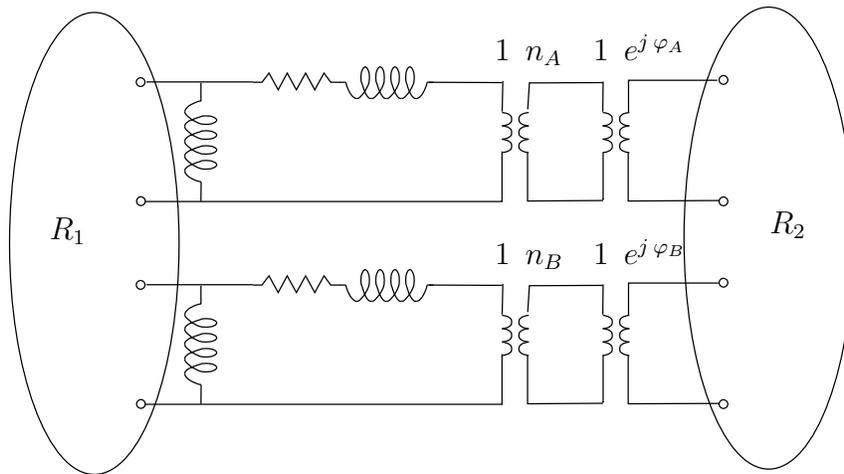


FIGURE 7.17 – schéma équivalent d'un ensemble de transformateurs en parallèle

Lors de l'analyse d'un tel système, en régime triphasé équilibré, on peut *supprimer tous les transformateurs idéaux de rapport $e^{j\varphi}$* sans modifier les amplitudes des courants et des tensions, ni les puissances transisant dans les branches. En effet, cette simplification conduit à déphaser la tension \bar{V}_i en tout nœud de R_2 , de φ radians par rapport à la réalité. Le courant \bar{I}_j dans une quelconque branche de R_2 , fonction de la différence des tensions à ses extrémités, est déphasé de la même quantité φ . Les puissances complexes $\bar{V}_i \bar{I}_j^*$ transisant dans les branches de R_2 sont donc inchangées. Enfin, les puissances complexes transisant dans les transformateurs reliant R_1 et R_2 sont elles aussi inchangées, les transformateurs idéaux supprimés étant sans pertes.

7.3 Valeurs nominales, système per unit et ordres de grandeur

Un transformateur est caractérisé par diverses valeurs nominales :

- les tensions nominales primaire U_{1N} et secondaire U_{2N} . Ce sont les tensions pour lesquelles l'isolation des enroulements a été prévue. Un certain dépassement de ces valeurs est toutefois admissible en pratique. Sauf mention contraire, il s'agit de tensions entre phases en valeurs efficaces ;
- les courants nominaux primaire I_{1N} et secondaire I_{2N} . Ce sont les courants pour lesquels les sections des conducteurs ont été prévues. Il s'agit donc des courants maxima admissibles pendant un temps infini. Sauf mention contraire, il s'agit de courants de phase en valeurs efficaces ;
- la puissance apparente nominale S_N . Il s'agit de la puissance triphasée liée aux grandeurs

précédentes par la relation (7.6) du transformateur idéal :

$$S_N = \sqrt{3}U_{1N}I_{1N} = \sqrt{3}U_{2N}I_{2N}$$

La conversion des paramètres du transformateur en per unit se fait de la manière suivante :

- on choisit la puissance de base $S_B = S_N$
- dans la partie connectée au primaire, on choisit la tension de base $V_{1B} = U_{1N}/\sqrt{3}$ (valeur efficace entre phase et neutre)
- dans la partie connectée au secondaire, on choisit la tension de base $V_{2B} = U_{2N}/\sqrt{3}$ (valeur efficace entre phase et neutre)
- les impédances du schéma équivalent de la figure 7.6 se situant au primaire, on les divise par l'impédance de base $Z_{1B} = 3V_{1B}^2/S_B$
- le rapport $n = n_2/n_1$ se convertit comme suit. Le transformateur idéal étant caractérisé par :

$$v_2 = \frac{n_2}{n_1}v_1$$

on divise cette relation par V_{2B} , ce qui donne :

$$v_{2pu} = \frac{v_2}{V_{2B}} = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_{1B}}{V_{2B}} \frac{v_1}{V_{1B}} = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_{1B}}{V_{2B}} v_{1pu}$$

En valeurs unitaires, le rapport de transformation vaut donc :

$$n_{pu} = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_{1B}}{V_{2B}}$$

Si les tensions nominales sont dans le rapport des nombres de spires, c'est-à-dire si :

$$\frac{V_{2B}}{V_{1B}} = \frac{n_2}{n_1}$$

on a simplement :

$$n_{pu} = 1$$

et le transformateur idéal disparaît du schéma de la figure 7.6. C'est un des avantages, déjà mentionné, du système per unit.

En pratique, le rapport V_{2B}/V_{1B} est proche, mais pas égal à n_2/n_1 , surtout lorsque le transformateur est doté d'un réglage du nombre de spires, comme expliqué à la section 7.5. Dans ce cas, il reste dans le schéma équivalent un transformateur idéal avec un rapport n_{pu} proche de l'unité.

On peut citer les ordres de grandeur suivants pour les transformateurs utilisés dans les réseaux de transport :

résistance R	< 0.005 pu
réactance de fuite ωL	de 0.06 à 0.20 pu
réactance magnétisante ωL_m	de 20 à 50 pu
rapport de transformation $n = n_2/n_1$	de 0.85 à 1.15 pu

Ces valeurs s'entendent dans la base du transformateur, telle que définie plus haut. Dans un calcul de réseau utilisant une autre base, il y a lieu de procéder à une conversion des valeurs d'une base à l'autre, comme indiqué à la fin du chapitre 3.

7.4 Autotransformateur

Un autotransformateur est un transformateur dont on connecte le primaire et le secondaire de sorte qu'ils aient un enroulement en commun. Un schéma de principe est donné à la figure 7.18, avec le nombre de spires de chaque enroulement.

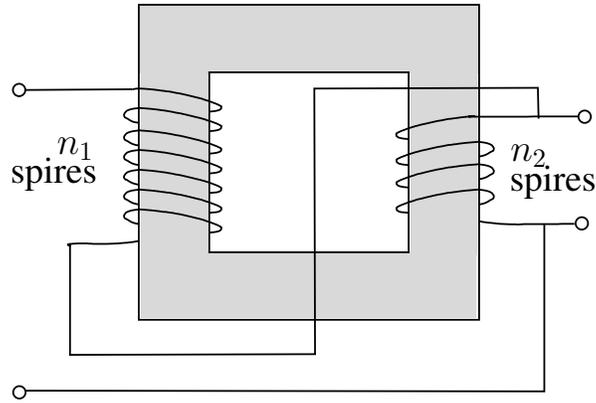


FIGURE 7.18 – schéma de principe d'un autotransformateur monophasé

Considérons le fonctionnement du transformateur sous ses tensions et courant nominaux et déterminons les valeurs nominales de l'autotransformateur correspondant. Comme nous nous intéressons seulement au régime nominal, nous supposons le transformateur idéal.

La situation est détaillée à la figure 7.19. Au régime nominal, les tensions aux bornes des enroulements sont respectivement V_{1N} et V_{2N} tandis que les courants qui les parcourent sont I_{1N} et I_{2N} . On en déduit les autres tensions et courants indiqués par des flèches en pointillé à la figure 7.19.

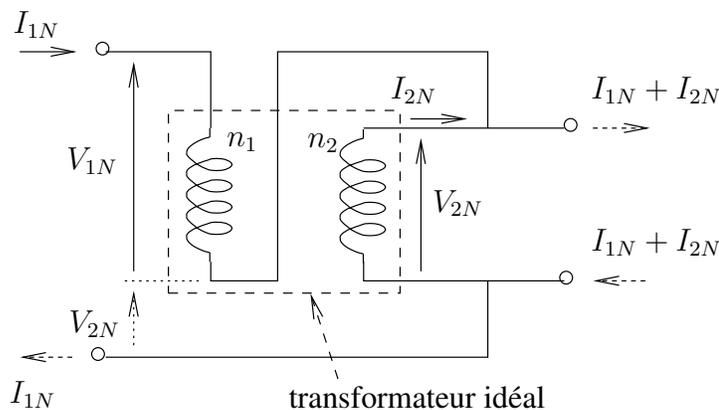


FIGURE 7.19 – régime nominal de l'autotransformateur

On en déduit les courants et tensions nominaux de l'autotransformateur :

$$V_{1N}^{auto} = V_{1N} + V_{2N} = \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)V_{1N}$$

$$I_{1N}^{auto} = I_{1N}$$

$$\begin{aligned}
V_{2N}^{auto} &= V_{2N} \\
I_{2N}^{auto} &= I_{1N} + I_{2N} = \left(\frac{n_2}{n_1} + 1\right)I_{2N}
\end{aligned}$$

Le rapport de transformation de l'autotransformateur idéal vaut donc :

$$n^{auto} = \frac{V_{2N}^{auto}}{V_{1N}^{auto}} = \frac{V_{2N}}{V_{1N} + V_{2N}} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} \quad (7.16)$$

On voit que, quelles que soient les valeurs de n_1 et de n_2 , le transformateur est du type abaisseur, pour le primaire et le secondaire choisis à la figure 7.19.

La puissance nominale apparente S_N^{auto} de l'autotransformateur est reliée à la puissance correspondante S_N du transformateur par :

$$S_N^{auto} = V_{1N}^{auto} I_{1N}^{auto} = \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)V_{1N} I_{1N} = \left(1 + \frac{n_2}{n_1}\right)S_N \quad (7.17)$$

Cette dernière relation montre qu'il est possible de faire transiter dans l'autotransformateur une puissance plus grande que dans le transformateur sur lequel s'appuie le montage. Il en résulte évidemment des économies au niveau du coût de fabrication mais aussi des pertes. Ceci est vrai quelles que soient les valeurs de n_1 et de n_2 , mais pour obtenir une "amplification" plus grande, il faut que n_2 soit nettement supérieur à n_1 . Cependant, dans ce cas, la relation (7.16) montre que le rapport de transformation tend vers l'unité. Il est alors impossible de relier des niveaux de tensions nominales fort différentes.

On utilise un autotransformateur lorsqu'il est nécessaire de faire transiter de grandes puissances entre deux niveaux de tension relativement proches. Par exemple, c'est le cas, en Belgique, des transformateurs de 550 MVA qui connectent les réseaux à 400 et à 150 kV et, en France, de ceux qui relient les niveaux à 400 et 225 kV.

L'autotransformateur présente cependant l'inconvénient d'avoir une connexion métallique entre ses deux enroulements : des perturbations de tension peuvent donc passer plus facilement d'un enroulement à l'autre que dans le cas du seul couplage par induction.

On obtient un autotransformateur triphasé en assemblant trois autotransformateurs monophasés.

7.5 Ajustement du nombre de spires d'un transformateur

7.5.1 Principe

Il est souvent utile de pouvoir modifier le nombre de spires d'un transformateur, en vue d'ajuster les tensions au voisinage de ce dernier.

Ce réglage est discret par nature : un transformateur présente typiquement entre 15 et 25 *prises de réglage*, comme symbolisé à la figure 7.20.

Dans certains transformateurs, la modification requiert de mettre l'appareil hors service et de changer manuellement ses connexions.

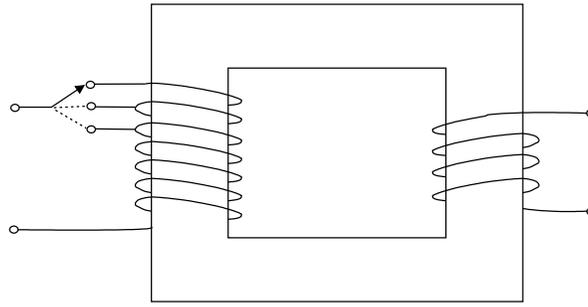


FIGURE 7.20 – principe de la modification de la prise de réglage

Dans de nombreux transformateurs, cependant, cette modification peut être effectuée *en charge* c'est-à-dire sans interrompre le courant qui parcourt l'enroulement dont on modifie le nombre de spires. Le dispositif correspondant, appelé *régleur en charge*, comporte un contacteur conçu pour éviter la formation d'arcs électriques (susceptibles d'endommager les contacts) et un moteur électrique pour entraîner ce contacteur.

Notons enfin qu'un régleur en charge peut être commandé manuellement (en fait télécommandé par l'opérateur depuis un centre de conduite) ou automatiquement (système asservi commandant localement le régleur en charge).

En général, le régleur en charge modifie les spires de l'enroulement dont la tension nominale est la plus élevée (primaire d'un transformateur abaisseur) parce que :

- les courants y sont plus faibles ; la commutation est donc plus aisée
- les spires plus nombreuses ; le réglage est donc plus fin.

Il peut toutefois exister des exceptions à cette règle.

Dans un transformateur triphasé, on place généralement le régleur en charge dans un montage en étoile et du côté du neutre de manière à ce que l'appareil soit soumis à des tensions plus basses.

7.5.2 Prise en compte dans le schéma équivalent

A chaque changement de prise, il est clair que le rapport de transformation n_2/n_1 se modifie. En principe, tous les paramètres du schéma équivalent du transformateur se modifient. Cette variation est surtout significative pour l'inductance de fuite L (cf figure 7.6) car la résistance R étant faible et l'inductance L_m très élevée, les variations de ces deux paramètres sont sans grand effet.

Dans un logiciel de calcul, il est possible de spécifier des valeurs de L et de n_2/n_1 pour chaque prise. Une simplification est toutefois possible, comme expliqué ci-après.

Supposons que l'on ajuste les spires de l'enroulement secondaire. En admettant, en première approximation, que l'inductance de fuite $L_{\ell 2}$ varie comme le carré du nombre de spires n_2 , on a :

$$L_{\ell 2} = L_{\ell 2}^o \left(\frac{n_2}{n_2^o} \right)^2$$

où $L_{\ell 2}^o$ est la valeur de l'inductance de fuite lorsque $n_2 = n_2^o$. Supposons de plus que la résistance

R_2 varie de la même manière, soit :

$$R_2 = R_2^o \left(\frac{n_2}{n_2^o} \right)^2$$

Cette dernière hypothèse est beaucoup plus difficile à admettre mais, comme a l'a indiqué plus haut, les conséquences de cette simplification sont mineures.

Remplaçons, dans le schéma équivalent de la figure 7.4, R_2 et $L_{\ell 2}$ par les expressions ci-dessus et faisons-les passer de l'autre côté du transformateur idéal, moyennant multiplication par $(n_1/n_2)^2$. On obtient le schéma équivalent de la figure 7.21, analogue à celui de la figure 7.5. On voit que les impédances à gauche du transformateur idéal sont toutes indépendantes du nombre de spires n_2 .

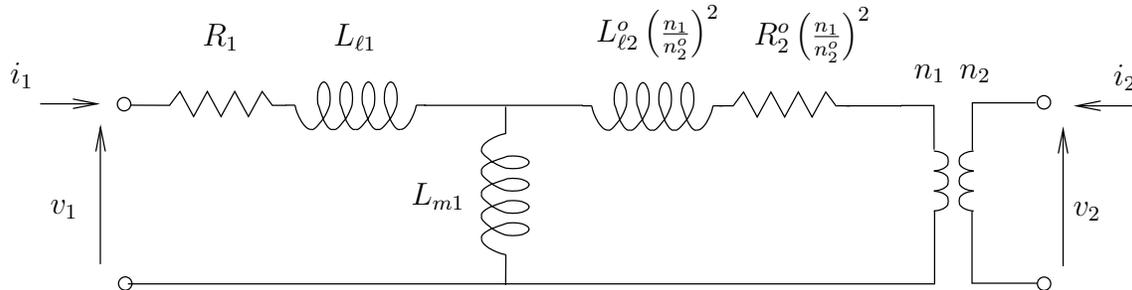


FIGURE 7.21 – autre forme du schéma équivalent de la figure 7.5

En conclusion, sous les hypothèses énoncées plus haut, on peut garder constantes les impédances du schéma équivalent, à condition de les placer du côté du transformateur idéal où le nombre de spires n est pas modifié⁵. Seul le rapport de transformation change alors avec la prise.

7.6 Transformateur à trois enroulements

On utilise fréquemment des transformateurs “à trois enroulements”. C’est un raccourci de langage pour “trois enroulements par phase”.

Un transformateur monophasé à trois enroulements est représenté schématiquement à la figure 7.22. Cet appareil permet de transférer de la puissance entre trois niveaux de tension, le sens de transfert de la puissance dépendant de ce qui est connecté au transformateur. Dans un transformateur triphasé, on retrouve ces trois enroulements dans chaque phase.

Dans un transformateur monophasé et dans chaque phase d’un transformateur triphasé “à deux enroulements”, les enroulements primaire et secondaire ont la même puissance nominale étant donné que la puissance qui entre par l’un ressort par l’autre, aux pertes près. Dans un transformateur à trois enroulements, les puissances nominales des divers enroulements sont généralement différentes.

Le troisième enroulement peut également servir :

5. ce qui est toujours possible, pourvu que l’on choisisse le primaire du bon côté

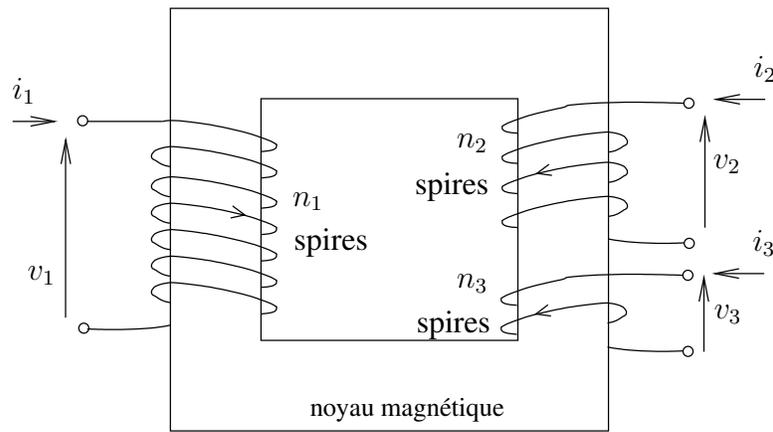


FIGURE 7.22 – transformateur monophasé à trois enroulements

- à alimenter des auxiliaires dans un poste. Il s'agit alors d'un enroulement de petite puissance nominale par rapport aux deux autres ;
- à connecter une inductance ou un condensateur shunt de compensation ;
- à améliorer le fonctionnement en régime déséquilibré (transformateur triphasé à deux enroulements doté d'un troisième, dont les phases sont connectées en triangle et ne sont parcourues par aucun courant en régime équilibré).

Un schéma équivalent usuel de transformateur à trois enroulements est donné à la figure 7.23. Le noeud O est fictif. Les rapports de transformation permettent de représenter des réglageurs en charge. Ils peuvent être complexes pour tenir compte des couplages.

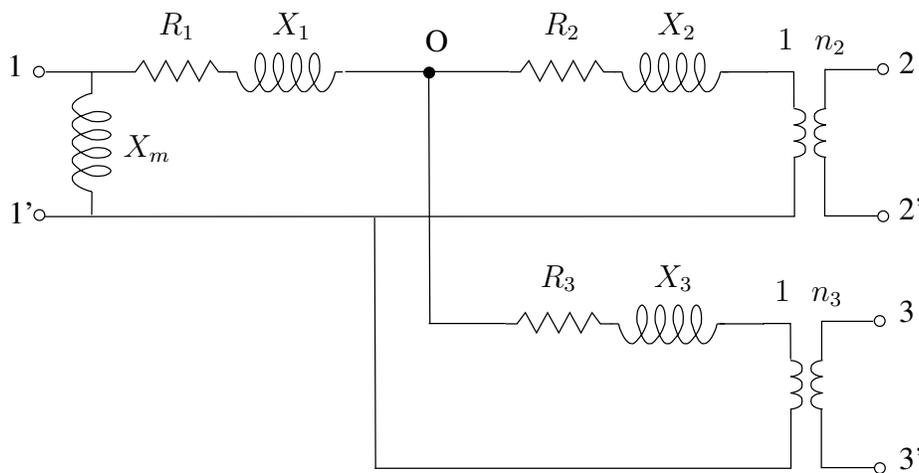


FIGURE 7.23 – schéma équivalent d'un transformateur à trois enroulements

En supposant X_m infinie, on établit aisément que $R_1 + R_2 + j(X_1 + X_2)$ est l'impédance vue de l'accès 1 lorsque l'accès 2 est court-circuité et l'accès 3 laissé ouvert. De même, $R_1 + R_3 + j(X_1 + X_3)$ est l'impédance vue de l'accès 1 lorsque l'accès 3 est court-circuité et l'accès 2 laissé ouvert. Ces propriétés sont utilisées lors de l'établissement du schéma équivalent à partir de mesures (voir à ce sujet un des exercices). On notera que dans ce schéma équivalent, certaines réactances peuvent être négatives (dans le cas où les puissances nominales des enroulements sont très différentes).

7.7 Transformateur déphaseur

Le transformateur déphaseur⁶ est un dispositif destiné à déphaser plus ou moins fortement la tension secondaire par rapport à la tension primaire, afin d'ajuster les transits de puissance active dans les branches du réseau. Il peut s'agir :

- soit d'un transformateur triphasé connectant deux niveaux de tensions nominales différentes auquel on ajoute un dispositif de réglage
- soit d'un transformateur triphasé de mêmes tensions nominales au primaire et au secondaire, ne servant qu'à effectuer le réglage de phase.

La figure 7.24 présente un premier schéma de principe. Les enroulements dessinés parallèlement sont montés sur le même noyau magnétique. Comme le montre le diagramme de phaseur, on ajoute à la tension phase-neutre d'entrée une fraction de la tension composée prise entre les deux autres phases. Cette dernière est déphasée de 90 degrés par rapport à la tension d'entrée, d'où le nom de *réglage en quadrature* fréquemment utilisé. Dans ce dispositif, le module de la tension de sortie varie légèrement avec le déphasage, d'autant plus que ce dernier est important. Il existe des montages plus élaborés où le module de la tension reste constant au fur et à mesure du réglage de déphasage.

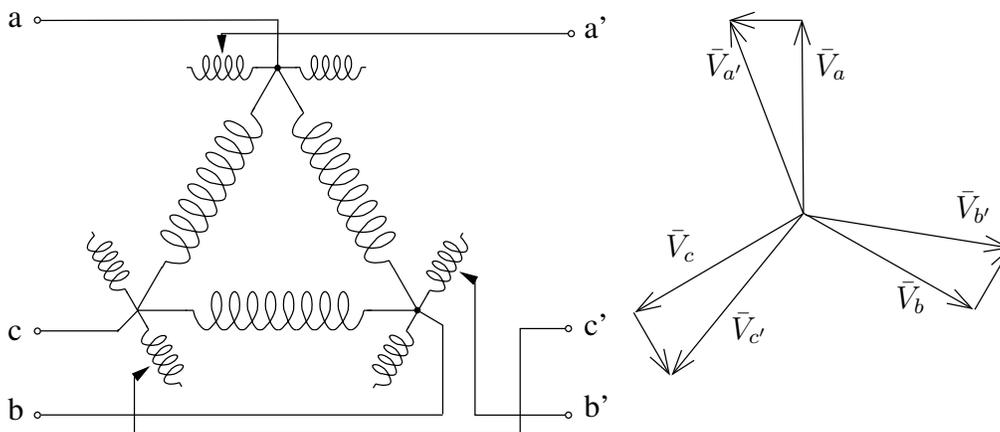


FIGURE 7.24 – transformateur avec réglage en quadrature (1er type)

L'inconvénient du montage de la figure 7.24 réside dans le fait que le régulateur en charge (utilisé pour ajuster l'amplitude de la tension en série dans chaque phase) supporte le plein courant de ligne, d'où d'éventuels problèmes de commutation. Pour éviter cet inconvénient, on peut utiliser le montage représenté à la figure 7.25. Comme dans la figure précédente, les enroulements dessinés parallèlement sont montés sur le même noyau magnétique. Dans ce montage, moyennant l'utilisation d'un transformateur supplémentaire en série avec la ligne, le régulateur en charge véhicule des courants plus faibles.

6. en anglais : "phase shifting transformer" ou "phase shifter"

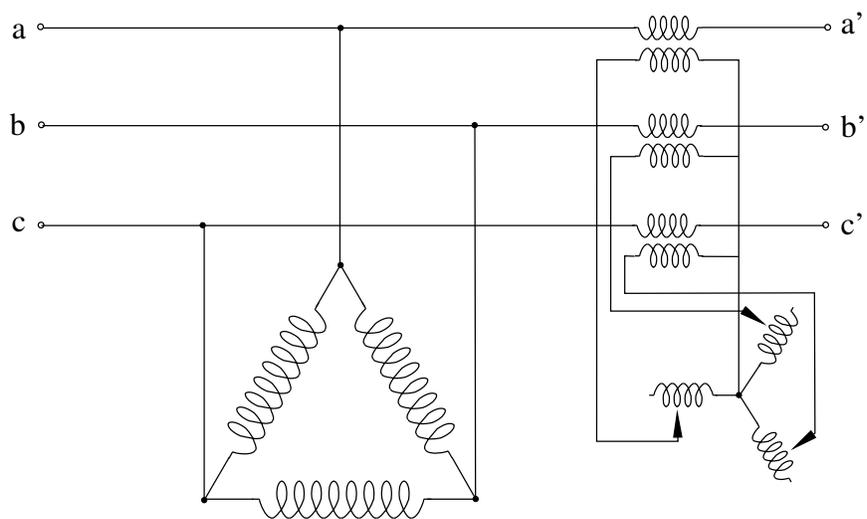


FIGURE 7.25 – transformateur avec réglage en quadrature (2nd type)

Chapitre 8

La machine synchrone (modèle simplifié)

La majeure partie de l'énergie électrique est produite à l'heure actuelle par les machines synchrones des centrales thermiques et hydrauliques. Les machines synchrones jouent un rôle important : (i) ce sont elles qui imposent la fréquence des tensions et courants alternatifs ; (ii) elles mettent à disposition du réseau un réservoir d'énergie (cinétique) permettant de faire face, dans les premiers instants, aux déséquilibres entre production et consommation, et (iii) elles peuvent produire et absorber de la puissance réactive, nécessaire à la régulation des tensions.

Dans ce chapitre nous rappelons le principe de fonctionnement de ce composant important et nous établissons un modèle simplifié, valable pour une machine à rotor lisse. Nous nous intéressons alors au régime permanent pour établir le circuit équivalent et dresser les bilans de puissance. Nous considérons enfin les limites de fonctionnement admissible.

8.1 Principe de fonctionnement

8.1.1 Champ magnétique créé par le stator

Une des motivations de l'emploi du système triphasé est la production d'un champ tournant dans les machines à courant alternatif.

Les machines électriques tournantes, tels les générateurs des centrales électriques, sont constituées d'un *stator*, qui est la partie fixe, et d'un *rotor*, qui est la partie tournante, séparée de la première par un mince *entrefer*. Stator et rotor sont tous deux fabriqués dans un matériau à haute perméabilité magnétique.

Le stator d'une machine tournante triphasée est équipé d'un ensemble de trois enroulements, correspondant chacun à une phase. Un de ces enroulements, que nous supposons relatif à la phase *a*, est représenté en coupe à la figure 8.1.

Si l'on injecte un courant continu dans l'enroulement en question, les lignes du champ magnétique se présentent comme montré à la figure 8.1. La perméabilité magnétique du matériau utilisé dans le rotor et le stator étant beaucoup plus élevée que celle de l'entrefer, les lignes de champ

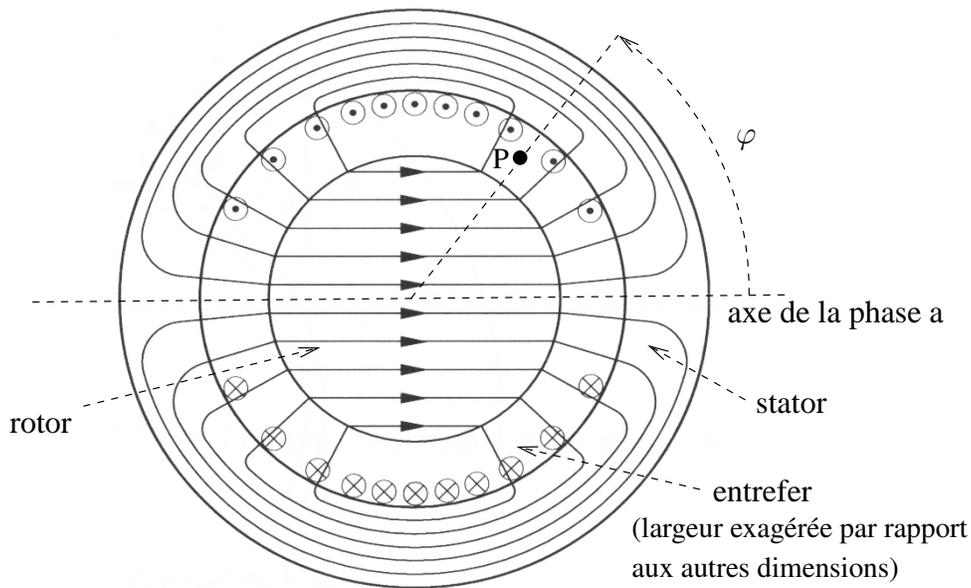


FIGURE 8.1 – ligne du champ magnétique créé par un courant continu parcourant la phase a

traversent ce dernier radialement (c'est-à-dire perpendiculairement à la surface extérieure du rotor et la surface intérieure du stator).

Repérons un point quelconque P de l'entrefer au moyen de l'angle φ , défini à la figure 8.1 et désignons par $B(\varphi)$ l'amplitude de l'induction magnétique en ce point.

$B(\varphi)$ est une fonction périodique (de période 2π) "en escalier". Afin d'induire des f.e.m. sinusoïdales dans les enroulements statoriques, les constructeurs s'efforcent de rendre cette fonction aussi proche que possible d'une sinusoïde, en répartissant judicieusement les conducteurs d'une même phase le long du stator. La distribution spatiale non uniforme des conducteurs est suggérée à la figure 8.1.

Supposant que la variation $B(\varphi)$ est sinusoïdale et tenant compte du fait que l'induction est proportionnelle au courant, on peut écrire pour la contribution de la phase a :

$$B(\varphi) = ki_a \cos \varphi \quad (8.1)$$

où le facteur k dépend de la géométrie, de l'emplacement et du nombre de conducteurs.

L'enroulement de la phase b (resp. c) est décalé spatialement de $2\pi/3$ (resp. $4\pi/3$) radians par rapport à celui de la phase a ¹. La figure 8.2.a montre la disposition des trois phases, en représentant symboliquement chaque enroulement par une seule spire, pour des raisons de lisibilité.

L'induction totale créée par les trois phases vaut donc, au point correspondant à l'angle φ :

$$B_{3\phi} = ki_a \cos \varphi + ki_b \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + ki_c \cos\left(\varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

1. la position relative des phases dicte le sens de rotation du champ et donc du rotor. Dans le cas présent, on suppose que le rotor tourne dans le sens trigonométrique

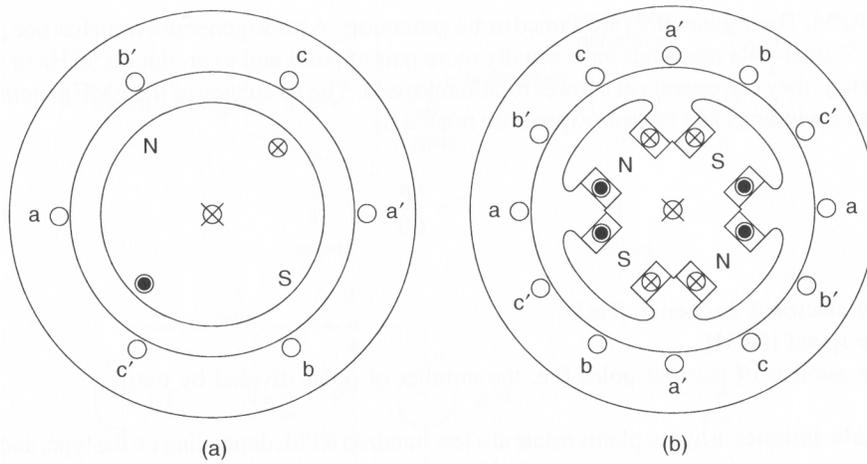


FIGURE 8.2 – disposition des enroulements statoriques triphasés : (a) machine à une paire de pôles ($p = 1$); (b) machine à deux paires de pôles ($p = 2$)

et si l'on alimente l'ensemble par les courants triphasés équilibrés :

$$\begin{aligned}
 B_{3\phi} &= \sqrt{2}kI \left[\cos(\omega t + \psi) \cos \varphi + \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\
 &\quad \left. + \cos\left(\omega t + \psi - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\
 &= \frac{\sqrt{2}kI}{2} \left[\cos(\omega t + \psi + \varphi) + \cos(\omega t + \psi - \varphi) + \cos\left(\omega t + \psi + \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \cos(\omega t + \psi - \varphi) + \cos\left(\omega t + \psi + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(\omega t + \psi - \varphi) \right] \\
 &= \frac{3\sqrt{2}kI}{2} \cos(\omega t + \psi - \varphi)
 \end{aligned} \tag{8.2}$$

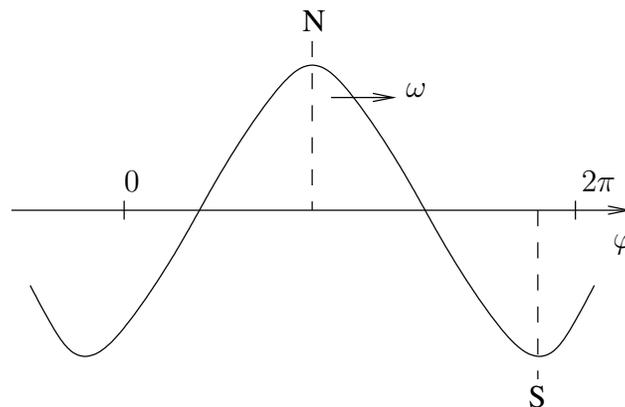


FIGURE 8.3 – onde d'induction circulant dans l'entrefer (déroulé)

Cette équation est celle d'une onde qui circule dans l'entrefer à la vitesse angulaire ω , comme

représenté à la figure 8.3, dans laquelle l'entrefer a été "déroulé".

Les trois courants triphasés produisent donc un champ magnétique tournant, comme le ferait un aimant tournant à la vitesse angulaire ω . Les pôles Nord et Sud de cet aimant coïncident avec les extrema de la fonction $B(\varphi)$ (cf figure 8.3).

8.1.2 Champ magnétique créé par le rotor

Le rotor d'une machine synchrone comporte un enroulement qui, en régime établi, est parcouru par du courant continu. Les lignes du champ magnétique créé par ce courant sont représentées à la figure 8.4, pour une position du rotor à un instant donné. Dans cette figure, l'enroulement d'excitation est représenté symboliquement par une seule spire.

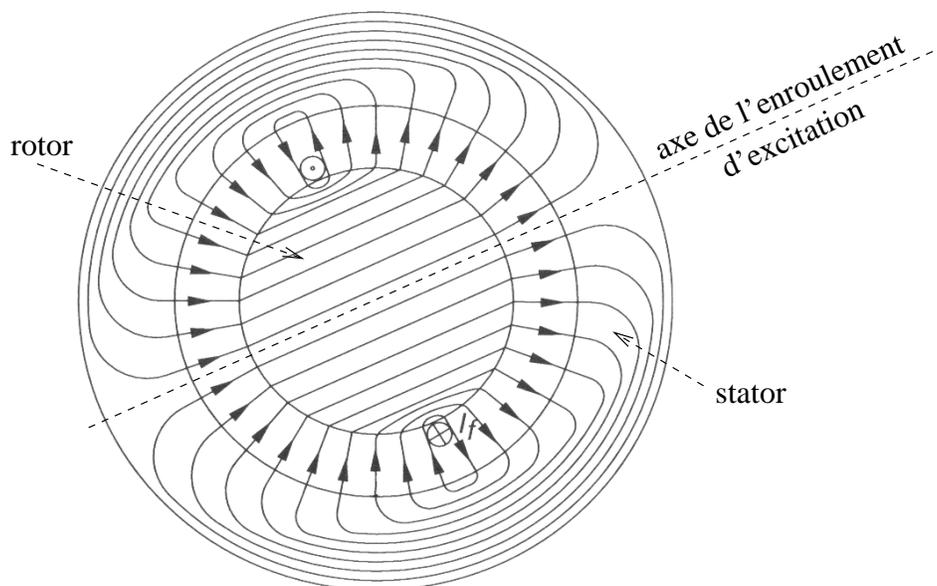


FIGURE 8.4 – lignes du champ magnétique créé par un courant continu I_f parcourant l'enroulement d'excitation

8.1.3 Interaction entre champs et conversion électromécanique

Une machine synchrone est caractérisée par le fait qu'en régime établi le rotor tourne à la même vitesse angulaire que le champ produit par le stator. Cette vitesse est appelée *vitesse de synchronisme*. En conséquence, les champs statorique et rotorique sont fixes l'un par rapport à l'autre et tournent tous deux à la vitesse de synchronisme.

Ces deux champs tendent à s'aligner à la façon de deux aimants attirés l'un par l'autre. Si l'on cherche à les écarter, un couple de rappel apparaît et s'y oppose. Ce couple à l'origine de la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique et inversement.

Une analogie mécanique est proposée à la figure 8.5, où les deux cercles en mouvement à la vitesse

angulaire ω correspondent aux champs rotorique et statorique, respectivement, et sont reliés par un ressort exerçant une force proportionnelle à son élongation. Les deux situations représentées sont les suivantes :

- la figure 8.5.a se rapporte à un générateur synchrone. La turbine entraîne le rotor en lui appliquant un couple mécanique T_m dans le sens de la rotation. Ceci tend le ressort qui applique au rotor un couple de rappel T_e dans le sens opposé à la rotation. En régime établi, la vitesse de rotation est constante ; les deux couples sont donc opposés et de même amplitude. Ainsi, si la puissance mécanique transmise par la turbine au rotor augmente, la vitesse reste constante (en régime établi), le couple mécanique T_m augmente, le ressort est davantage tendu, ce qui correspond à un couple électromagnétique T_e plus grand ;
- la figure 8.5.b se rapporte à un moteur synchrone. Le champ statorique entraîne le ressort qui est tendu et applique au rotor un couple d'entraînement T_e dans le sens de la rotation. La charge mécanique entraînée (ventilateur, pompe, compresseur, etc...) oppose un couple résistant T_m dans le sens opposé à la rotation. En régime établi, la vitesse de rotation est constante ; les deux couples sont donc opposés et de même amplitude. Ainsi, si la puissance mécanique demandée par la charge solidaire du rotor augmente, la vitesse reste constante (en régime établi), le couple mécanique T_m augmente, le ressort est davantage tendu, ce qui correspond à un couple électromagnétique T_e plus grand.

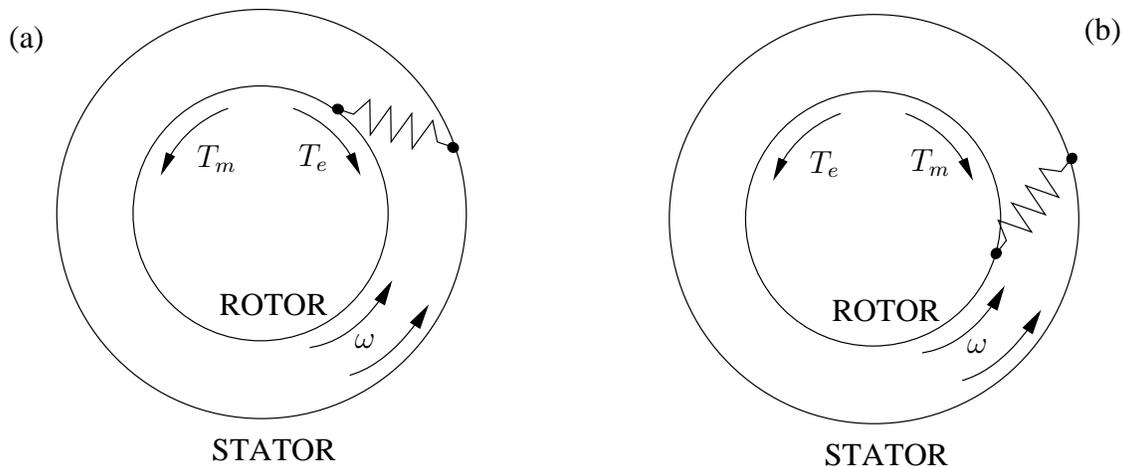


FIGURE 8.5 – couples dans la machine synchrone fonctionnant en : (a) générateur ; (b) moteur

Dans la machine synchrone, comme dans cette analogie mécanique, il existe une valeur maximale du couple électromagnétique T_e . Si le couple T_m tend à dépasser cette valeur, l'équilibre des couples est rompu et le rotor ne peut plus tourner à vitesse constante. Il y a *rupture de synchronisme* ; soit le rotor accélère par rapport au champ statorique, soit il ralentit.

8.1.4 Machines à plusieurs paires de pôles

Dans la machine représentée à la figure 8.2.a, l'enroulement d'excitation crée un électro-aimant avec un pôle Nord et un pôle Sud. Le pôle Nord balaie l'étendue complète d'une phase en une période T du signal, soit 20 millisecondes dans un système à 50 Hz. On dit qu'une telle machine possède une paire de pôles.

Certaines turbines requièrent que le rotor tourne à une vitesse plus faible (voir section 8.2). Or, les tensions et courants alternatifs au stator doivent conserver la même fréquence, ce qui impose que le balayage d'une phase par le rotor se fasse toujours en un temps T .

Pour satisfaire ces deux exigences :

- on utilise un rotor avec p paires de pôles ($p > 1$). Un exemple avec deux paires de pôles ($p = 2$) est donné à la figure 8.2.b. Durant une période T , le rotor effectue $1/p$ tour ;
- au stator, on installe p fois la séquence d'enroulements a, b et c. Un enroulement couvre un angle de π/p radians (au lieu de π radians dans le cas de la figure 8.2.a). De la sorte, chaque enroulement continue à être balayé par un pôle Nord et un pôle Sud durant une période T . Le tableau ci-dessous donne quelques exemples, pour un réseau à 50 ou à 60 Hz.

Les différents enroulements relatifs à une même phase sont reliés (en parallèle ou en série) pour aboutir à trois phases à la sortie de la machine.

nombre p de paires de pôles	vitesse angulaire ω/p en tours/minute	
	$f = 50$ Hz	$f = 60$ Hz
1	3000	3600
2	1500	1800
4	750	900
6	500	600
20	150	180
40	75	90

8.2 Les deux types de machines synchrones

Les machines synchrones ont toutes un stator portant des enroulements triphasés, comme indiqué précédemment. Notons que ce stator est constitué par un empilement de tôles (réalisées dans un matériau à haute perméabilité magnétique) de manière à réduire le plus possible l'effet des courants de Foucault.

En revanche, on distingue deux types de machines synchrones, en fonction de la structure du rotor.

1. Machines à rotor lisse : cf figure 8.6.

Ces machines, appelées également *turbo-alternateurs*, sont généralement entraînées par des turbines à vapeur ou à gaz. Ces dernières fonctionnent de préférence à des vitesses élevées. Conformément à ce qui a été dit à la section 8.1.1, ces machines synchrones comportent une, ou au plus deux, paires de pôles. Dans un système à 50 Hz, elles tournent donc à 3000 tours par minute ($p = 1$, centrales thermiques classiques) ou à 1500 tours par minute ($p = 2$, centrales nucléaires).

Le rotor est constitué d'un cylindre en acier forgé, de forme allongée dont le diamètre est relativement petit par rapport à la longueur, afin de réduire les contraintes mécaniques liées à la force centrifuge. Les conducteurs de l'enroulement d'excitation sont logés dans des encoches, creusées longitudinalement dans le rotor, comme montré à la figure 8.6.

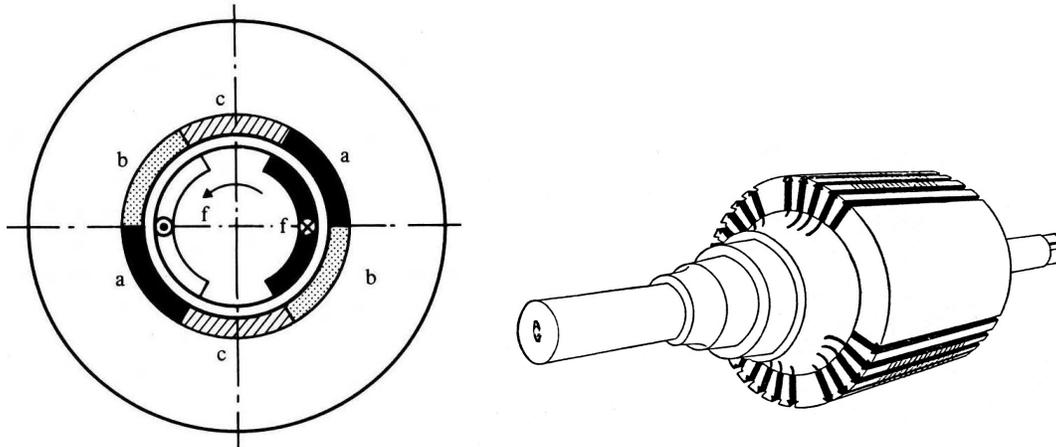


FIGURE 8.6 – machine à rotor lisse ($p = 1$)

Les machines synchrones modernes ont un excellent rendement, de l'ordre de 99 %. Ceci signifie néanmoins qu'un générateur d'une puissance nominale de 500 MW, par exemple, est le siège de pertes calorifiques d'une puissance de 5 MW, ce qui est loin d'être négligeable ! Il importe de refroidir la machine afin d'éviter des "points chauds" qui peuvent détériorer les isolants entourant les conducteurs. A cette fin, on fait circuler de l'hydrogène ou de l'eau à l'intérieur des barres creuses qui constituent les enroulements statoriques. L'hydrogène a une capacité d'évacuation de la chaleur sept fois supérieure à celle de l'air et l'eau douze fois.

2. Machines à pôles saillants : cf figure 8.7.

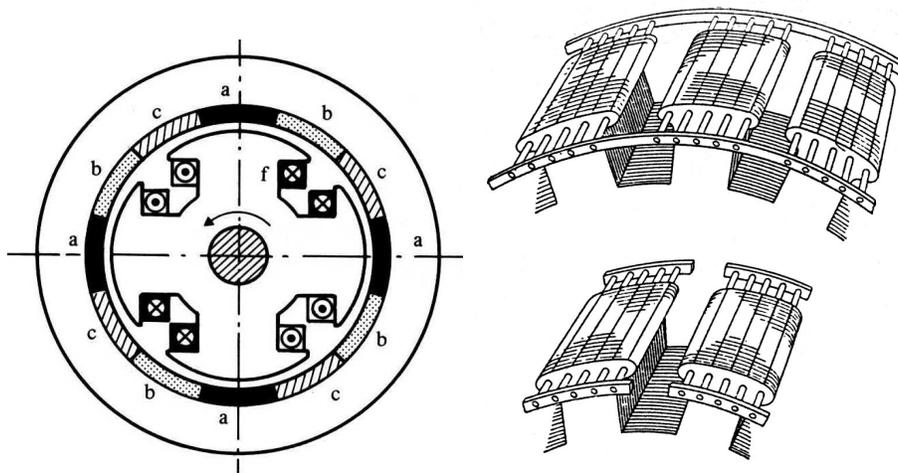


FIGURE 8.7 – machine à pôles saillants ($p = 2$)

Ces machines sont généralement entraînées par des turbines hydrauliques². Ces dernières tournent à des vitesses nettement plus faibles que les turbo-alternateurs. Les machines synchrones qu'elles entraînent doivent donc comporter un nombre de paires de pôles beaucoup plus élevé (au moins quatre en pratique). Or, il serait malaisé de loger de nombreux pôles dans un rotor cylindrique comme celui de la figure 8.6. Il est plus indiqué de les placer en

2. ou, dans les installations de petite puissance, par des moteurs diesels

“excroissance” comme représenté à la figure 8.7. L’entrefer d’une telle machine n’est pas d’épaisseur constante : il est minimum en face d’un pôle et maximum entre deux pôles.

Comparé à celui d’un turbo-alternateur de même puissance, le rotor à pôles saillants présente un diamètre nettement plus élevé (forces centrifuges plus faibles) et une longueur nettement plus courte.

Le rotor est généralement constitué d’un empilement de tôles magnétiques serrées les unes contre les autres. L’ensemble est calé sur l’axe de la machine, constitué d’un cylindre de diamètre plus faible.

Les générateurs à pôles saillants sont généralement refroidis par circulation d’air.

Les rotors des générateurs synchrones sont également équipés d’*amortisseurs*. Dans les machines à rotor lisse, il s’agit de conducteurs plats, logés dans les mêmes encoches que ceux de l’enroulement d’excitation et reliés en leurs extrémités pour permettre la circulation des courants induits. Dans les machines à pôles saillants, les amortisseurs sont constitués de barres logées dans les pôles et reliées à leurs extrémités par des anneaux (cf figure 8.7, schéma en haut à droite) ou par des segments (même figure, en bas à droite).

En régime établi parfait, aucun courant ne circule dans les barres d’amortisseur. En effet, les champs statorique et rotorique sont fixes par rapport au rotor ; le flux d’induction magnétique est donc constant dans le circuit constitué par les barres d’amortisseurs et aucune tension n’y est induite. Par contre, suite à une perturbation, il se peut que le rotor oscille par rapport au champ statorique. Des courants sont alors induits dans les barres d’amortisseurs. En vertu de la loi de Lenz, ces courants induits tendent à s’opposer à la cause qui les crée. Il apparaît donc un couple de rappel supplémentaire qui tend à amortir les oscillations du rotor et à réaligner ce dernier avec le champ statorique. Ce *couple d’amortissement* n’existe qu’en régime perturbé.

Dans les turbo-alternateurs, des courants sont induits dans la masse métallique du rotor et ces courants créent également un couple d’amortissement.

8.3 Modélisation au moyen de circuits magnétiquement couplés

8.3.1 Hypothèses simplificatrices

Nous allons représenter la machine synchrone par un certain nombre d’enroulements, magnétiquement couplés, l’un d’entre eux étant en mouvement.

Le modèle électrique d’une machine synchrone ne dépend pas du nombre p de paires de pôles qu’elle comporte (évidemment les valeurs de certains paramètres changent avec p). Pour des raisons de simplicité, nous considérerons donc une machine à une seule paire de pôles ($p = 1$).

La machine idéalisée que nous allons étudier est représentée à la figure 8.8. Le stator est muni de trois enroulements repérés a, b et c , décalés de 120 degrés. Le rotor comporte l’enroulement d’excitation noté f^3 . L’axe de cet enroulement est appelé *axe direct* et est repéré par la lettre

3. “f” pour ‘field winding’ en anglais

d. L'axe perpendiculaire est appelé *axe en quadrature* et est repéré par la lettre q . Nous plaçons arbitrairement l'axe en quadrature *en retard* par rapport à l'axe direct dans le sens de rotation de la machine.

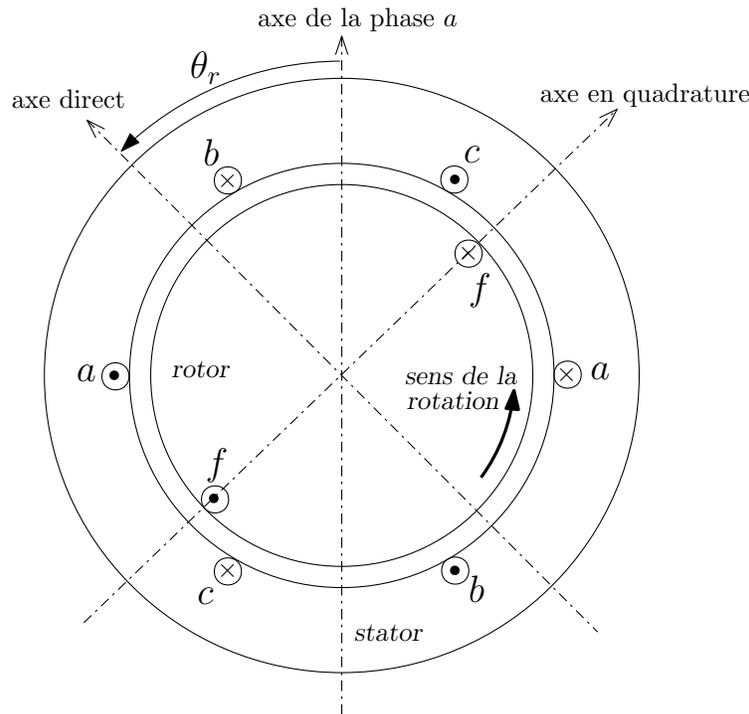


FIGURE 8.8 – Modélisation de la machine synchrone au moyen de circuits magnétiquement couplés

A ce stade nous adoptons les simplifications suivantes :

- machine à rotor parfaitement lisse, comme représenté aux figures 8.2.a et 8.8
- saturation du matériau négligée
- enroulement d'excitation seul représenté au rotor. Cette dernière hypothèse est justifiée par le fait que nous nous limiterons au régime établi. Dans ce cas, il ne circule aucun courant dans les circuits d'amortisseurs et ces derniers peuvent être ignorés.

La position du rotor est repérée par l'angle θ_r entre l'axe de la phase a et l'axe direct, comme représenté à la figure 8.8.

8.3.2 Relations tensions-flux-courants

Comme nous nous intéressons principalement à la production d'énergie électrique, nous adoptons la convention générateur dans chaque enroulement statorique. Par contre, étant donné que l'on fournit de la puissance à l'enroulement d'excitation, nous y adoptons la convention moteur. L'orientation des différents courants est montrée à la figure 8.9. Rappelons que ces choix sont arbitraires ; leur mérite est de conduire à des puissances positives au stator et au rotor du générateur en régime établi.

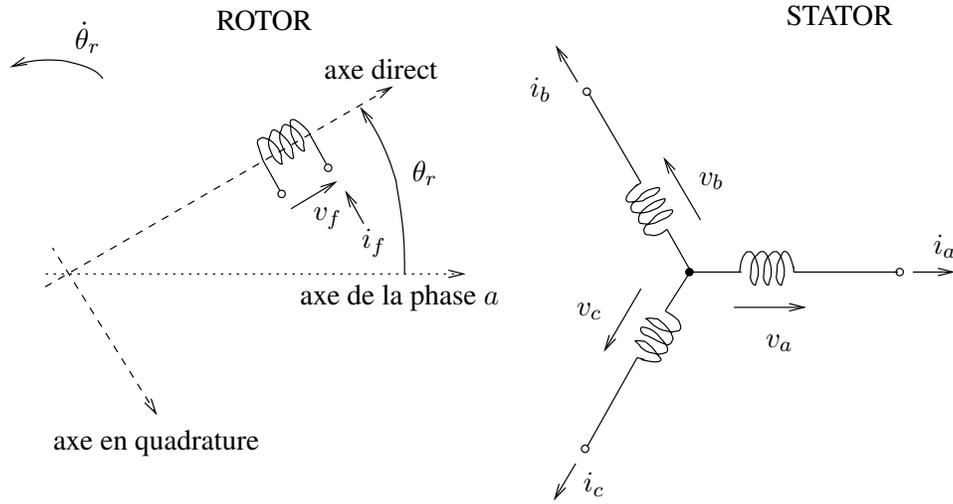


FIGURE 8.9 – Orientation des courants

Pour les enroulements statoriques, on a :

$$v_a = -R_a i_a - \frac{d\psi_a}{dt} \quad (8.3)$$

$$v_b = -R_a i_b - \frac{d\psi_b}{dt} \quad (8.4)$$

$$v_c = -R_a i_c - \frac{d\psi_c}{dt} \quad (8.5)$$

où R_a est la résistance d'une des phases et ψ_a , ψ_b et ψ_c sont les flux *totaux* embrassés par les enroulements a , b et c , respectivement.

Pour l'enroulement d'excitation on a :

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (8.6)$$

où R_f est la résistance de l'enroulement et ψ_f le flux *total* embrassé.

8.3.3 Matrice d'inductances

Les équations ci-dessus sont tout-à-fait générales ; en particulier, aucune hypothèse n'est faite sur les propriétés du milieu magnétique. Dans ce qui suit, comme nous négligeons la saturation du matériau magnétique, nous allons considérer la relation linéaire suivante entre flux et courants :

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_o & -L_m & -L_m & L_{af} \cos \theta_r \\ -L_m & L_o & -L_m & L_{af} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ -L_m & -L_m & L_o & L_{af} \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \\ L_{af} \cos \theta_r & L_{af} \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & L_{af} \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) & L_{ff} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}(\theta_r)} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

où les paramètres L_o, L_m et L_{af} sont positifs, des signes moins ayant été introduits là où cela est nécessaire. $\mathbf{L}(\theta_r)$ est la matrice d'inductance. Rappelons que cette matrice est symétrique.

Les expressions des différents termes de $\mathbf{L}(\theta_r)$ se justifient comme suit :

- la self-inductance d'un enroulement statorique (L_o) est constante, quelle que soit la position du rotor, car ce dernier est supposé parfaitement lisse ;
- l'inductance mutuelle entre deux enroulements statoriques ($-L_m$) est constante pour la même raison ;
- cette inductance mutuelle est négative car, si un courant i_x positif circule dans la phase x , il crée dans la phase y ($y \neq x$) un flux de sens opposé à celui créé par un courant i_y positif ;
- la self-inductance de l'enroulement d'excitation (L_{ff}) est constante, étant donné que, vu du rotor, le stator se présente toujours de la même manière, quelle que soit la position du rotor ;
- l'inductance mutuelle entre un enroulement statorique et l'enroulement d'excitation est maximale et positive quand les axes des deux enroulements coïncident et sont orientés de la même manière. Elle est nulle quand les enroulements sont perpendiculaires. Elle est minimale et négative quand les axes coïncident mais les enroulements sont orientés en sens opposé.

8.4 Fonctionnement en régime établi

Dans ce qui suit, nous considérons la machine en régime établi, ce qui se traduit par :

- une vitesse de rotation égale à la pulsation nominale ω_N et donc une évolution linéaire dans le temps de l'angle θ_r :

$$\theta_r = \theta_r^o + \omega_N t \quad (8.8)$$

où θ_r^o est la position du rotor en $t = 0$

- un courant continu (constant) dans l'enroulement d'excitation f : $i_f = I_f$
- des courants et tensions triphasées équilibrées au stator :

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2}V \cos(\omega_N t + \theta) & i_a &= \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) \\ v_b &= \sqrt{2}V \cos(\omega_N t + \theta - \frac{2\pi}{3}) & i_b &= \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{2\pi}{3}) \\ v_c &= \sqrt{2}V \cos(\omega_N t + \theta - \frac{4\pi}{3}) & i_c &= \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned} \quad (8.9)$$

avec les phaseurs correspondants :

$$\begin{aligned} \bar{V} &= V e^{j\theta} \\ \bar{I} &= I e^{j\psi} \end{aligned}$$

8.4.1 Flux dans un enroulement statorique

En introduisant les expressions des courants dans la première des équations (8.7), on obtient l'expression suivante du flux dans la phase a :

$$\begin{aligned} \psi_a &= L_o \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) - L_m \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{2\pi}{3}) - L_m \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{4\pi}{3}) \\ &\quad + L_{af} \cos(\omega_N t + \theta_r^o) I_f \end{aligned}$$

En ajoutant et soustrayant $L_m\sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi)$ à l'expression ci-dessus, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \psi_a &= L_o\sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) + L_m\sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) \\
 &\quad - L_m\sqrt{2}I \underbrace{\left(\cos(\omega_N t + \psi) + \cos(\omega_N t + \psi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega_N t + \psi - \frac{4\pi}{3}) \right)}_{=0} \\
 &\quad + L_{af}I_f \cos(\omega_N t + \theta_r^o) \\
 &= \underbrace{\sqrt{2}(L_o + L_m)I \cos(\omega_N t + \psi)}_{\psi_a^s} + \underbrace{L_{af}I_f \cos(\omega_N t + \theta_r^o)}_{\psi_a^r}
 \end{aligned} \tag{8.10}$$

Dans cette expression, ψ_a^s est le flux dans l'enroulement a du champ tournant produit par les trois courants statoriques tandis que ψ_a^r est le flux du champ produit par le courant d'excitation. Les deux champs balayent l'enroulement a avec une vitesse angulaire ω_N mais ils sont décalés d'un angle $\theta_r^o - \psi$.

Les deux composantes du flux étant des grandeurs alternatives de pulsation ω_N , il est possible de leur associer des phaseurs :

$$\bar{\psi}_a^s = (L_o + L_m) I e^{j\psi} \tag{8.11}$$

$$\bar{\psi}_a^r = \frac{L_{af}}{\sqrt{2}} I_f e^{j\theta_r^o} \tag{8.12}$$

On peut dès lors tracer le diagramme de phaseur de la figure 8.10. L'axe horizontal représente à la fois l'axe sur lequel on projette les vecteurs tournants pour retrouver l'évolution temporelle des grandeurs sinusoïdales et l'axe par rapport auquel on mesure la position du rotor, c'est-à-dire l'axe de la phase a . Rappelons que le diagramme de phaseur donne la position des vecteurs tournants en $t = 0$. L'angle entre l'axe d et la référence est θ_r^o , valeur de θ en $t = 0$. Le phaseur du flux ψ_a^s est colinéaire avec le phaseur du courant statorique i_a tandis que le phaseur du flux ψ_a^r est dirigé selon l'axe direct.

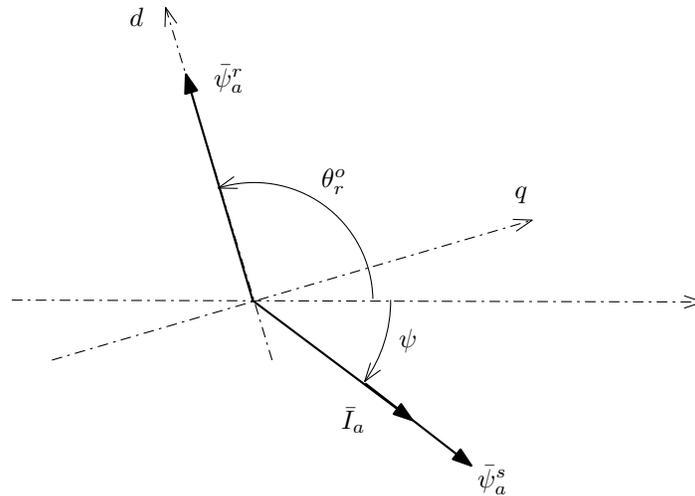


FIGURE 8.10 – diagramme de phaseur du courant et des composantes du flux dans l'enroulement a

Les expressions des flux ψ_b et ψ_c s'obtiennent aisément en remplaçant respectivement :

- le déphasage ψ par $\psi - \frac{2\pi}{3}$ et $\psi - \frac{4\pi}{3}$
- l'angle θ_r^o par $\theta_r^o - \frac{2\pi}{3}$ et $\theta_r^o - \frac{4\pi}{3}$.

8.4.2 Flux dans l'enroulement d'excitation

En introduisant les expressions des courants dans la dernière des équations (8.7), on obtient l'expression suivante du flux dans l'enroulement f :

$$\begin{aligned}
 \psi_f &= L_{ff}I_f + L_{af} \cos(\omega_N t + \theta_r^o) \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) \\
 &\quad + L_{af} \cos(\omega_N t + \theta_r^o - \frac{2\pi}{3}) \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{2\pi}{3}) \\
 &\quad + L_{af} \cos(\omega_N t + \theta_r^o - \frac{4\pi}{3}) \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi - \frac{4\pi}{3}) \\
 &= L_{ff}I_f + \frac{\sqrt{2}L_{af}}{2}I [\cos(\theta_r^o - \psi) + \cos(2\omega_N t + \theta_r^o + \psi)] \\
 &\quad + \frac{\sqrt{2}L_{af}}{2}I \left[\cos(\theta_r^o - \psi) + \cos(2\omega_N t + \theta_r^o + \psi - \frac{4\pi}{3}) \right] \\
 &\quad + \frac{\sqrt{2}L_{af}}{2}I \left[\cos(\theta_r^o - \psi) + \cos(2\omega_N t + \theta_r^o + \psi + \frac{4\pi}{3}) \right] \\
 &= \underbrace{L_{ff}I_f}_{\psi_f^r} + \underbrace{\frac{3\sqrt{2}L_{af}}{2}I \cos(\theta_r^o - \psi)}_{\psi_f^s}
 \end{aligned} \tag{8.13}$$

ψ_f^r est évidemment le flux créé par le courant d'excitation tandis que ψ_f^s est le flux du champ tournant créé par les courants statoriques. Ces deux champs sont d'amplitude constante et fixes par rapport à l'enroulement f . Le flux est donc constant. Par ailleurs, l'équation (8.13) confirme que ces deux champs sont décalés d'un angle $\theta_r^o - \psi$.

8.4.3 Relation tension-courant au stator

En remplaçant v_a et i_a par leurs expressions (8.9) et ψ_a par son expression (8.10), l'équation (8.3), relative à la phase a , devient :

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2}V \cos(\omega_N t + \theta) &= -R_a \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) + \sqrt{2}\omega_N(L_o + L_m)I \sin(\omega_N t + \psi) \\
 &\quad + \sqrt{2}\frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2}}I_f \sin(\omega_N t + \theta_r^o)
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

Définissons :

$$X = \omega_N(L_o + L_m) \tag{8.15}$$

$$E_q = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2}}I_f \tag{8.16}$$

X est appelée la *réactance synchrone* de la machine. C'est elle qui caractérise la machine en régime établi. Il est à noter que $R + jX$ n'est rien d'autre que l'impédance cyclique qui a été définie dans de cadre de l'analyse par phase.

E_q est la valeur efficace d'une f.e.m. proportionnelle au courant d'excitation I_f .

L'équation (8.14) peut être ré-écrite comme suit :

$$\sqrt{2}V \cos(\omega_N t + \theta) = -R_a \sqrt{2}I \cos(\omega_N t + \psi) + \sqrt{2}XI \cos(\omega_N t + \psi - \frac{\pi}{2}) + \sqrt{2}E_q \cos(\omega_N t + \theta_r - \frac{\pi}{2}) \quad (8.17)$$

L'équation correspondante en termes de phaseurs est donc :

$$V e^{j\theta} = -R_a I e^{j\psi} + XI e^{j\psi} e^{-j\frac{\pi}{2}} + E_q e^{j(\theta_r - \frac{\pi}{2})}$$

ou encore plus simplement :

$$\bar{V} = -R_a \bar{I} - jX\bar{I} + \bar{E}_q \quad (8.18)$$

où :

$$\bar{E}_q = E_q e^{j(\theta_r - \frac{\pi}{2})} \quad (8.19)$$

est le phaseur de la f.e.m. E_q . Ce dernier est dirigé selon l'axe en quadrature (d'où l'indice q).

Le diagramme de phaseur correspondant est donné à la figure 8.11.

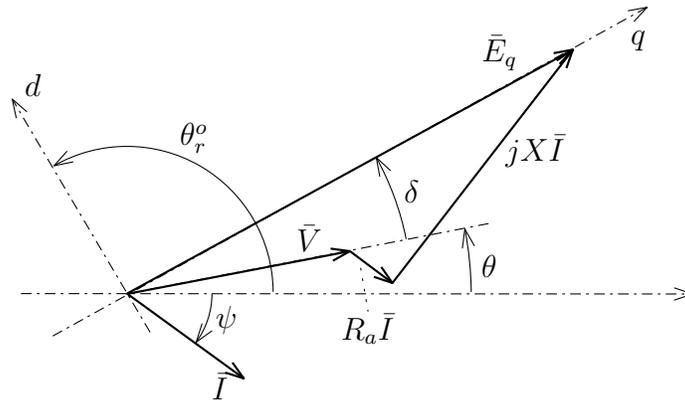


FIGURE 8.11 – diagramme de phaseur de la machine synchrone (en régime établi)

8.4.4 Circuit équivalent par phase

On déduit aisément de l'équation (8.18) le circuit équivalent par phase de la figure 8.12.

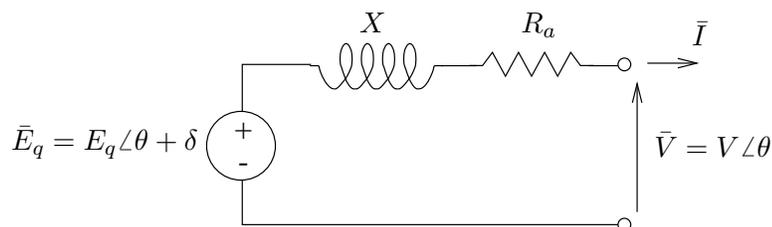


FIGURE 8.12 – circuit équivalent par phase de la machine synchrone (en régime établi)

8.5 Valeurs nominales et ordres de grandeur

Au stator, une machine synchrone est caractérisée par trois grandeurs nominales :

- la tension nominale U_N . C'est la tension pour laquelle la machine a été conçue. Un écart de quelques pour-cents par rapport à U_N est admissible ;
- le courant nominal I_N . C'est le courant maximal permanent pour lequel la section des enroulements statoriques a été prévue ;
- la puissance apparente nominale S_N . Il s'agit de la puissance triphasée liée aux grandeurs précédentes par :

$$S_N = \sqrt{3}U_N I_N \quad (8.20)$$

Les paramètres de la machine en valeurs unitaires s'expriment dans la base : $S_B = S_N$ et $V_B = U_N/\sqrt{3}$.

La résistance R_a est de l'ordre de 0.005 pu tandis que la réactance synchrone X vaut entre 1.5 et 2.5 pu (pour une machine à rotor lisse, considérée dans ce chapitre).

8.6 Puissances dans la machine synchrone

8.6.1 Bilans de puissance en régime quelconque

A un instant t quelconque, le bilan de puissance du stator de la machine s'écrit :

$$p_{r \rightarrow s} = p_T + p_{J_s} + \frac{dW_{ms}}{dt} \quad (8.21)$$

où $p_{r \rightarrow s}$ est la puissance passant du rotor au stator, p_T est la puissance instantanée sortant des trois phases, p_{J_s} est la puissance dissipée par effet Joule dans les trois enroulements statoriques et dW_{ms}/dt est le taux de variation de l'énergie magnétique emmagasinée dans ces mêmes enroulements. A ce stade, on ne connaît pas la nature de $p_{r \rightarrow s}$: en plus de la puissance transmise sous forme de couple, y a-t-il aussi de la puissance transmise par voie électromagnétique (comme entre les enroulements d'un transformateur) ?

Le bilan de puissance du rotor de la machine se décompose comme suit :

$$p_f + P_m = p_{J_f} + \frac{dW_{mf}}{dt} + \frac{dW_c}{dt} + p_{r \rightarrow s} \quad (8.22)$$

Le membre de gauche de cette équation représente la puissance totale fournie au rotor : p_f est la puissance fournie par le système d'excitation à l'enroulement f et P_m est la puissance mécanique fournie par la turbine qui entraîne le rotor. Dans le membre de droite, p_{J_f} est la puissance dissipée par effet Joule dans l'enroulement d'excitation, dW_{mf}/dt est le taux de variation de l'énergie magnétique emmagasinée dans ce même enroulement et dW_c/dt est le taux de variation de l'énergie cinétique stockée dans les masses tournantes (du générateur et de la turbine).

L'énergie magnétique totale emmagasinée dans la machine vaut :

$$\begin{aligned}
 W_{m \text{ tot}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c & i_f \end{bmatrix} \mathbf{L}(\theta_r) \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c & i_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \end{bmatrix} \\
 &= \underbrace{\frac{1}{2} (i_a \psi_a + i_b \psi_b + i_c \psi_c)}_{W_{ms}} + \underbrace{\frac{1}{2} i_f \psi_f}_{W_{mf}} \quad (8.23)
 \end{aligned}$$

relation dans laquelle on reconnaît les composantes W_{ms} et W_{mf} définies plus haut.

Enfin, l'équation du mouvement du rotor s'écrit :

$$\mathcal{I} \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} = T_m - T_e \quad (8.24)$$

où \mathcal{I} est le moment d'inertie des masses tournantes, T_m le couple mécanique appliqué par la turbine et T_e le couple électromagnétique développé par la machine synchrone. Cette équation se transforme en bilan de puissance en multipliant les deux membres par la vitesse rotorique $d\theta_r/dt$:

$$\mathcal{I} \frac{d\theta_r}{dt} \frac{d^2 \theta_r}{dt^2} = \frac{d\theta_r}{dt} T_m - \frac{d\theta_r}{dt} T_e$$

ou encore :

$$\frac{dW_c}{dt} = P_m - \frac{d\theta_r}{dt} T_e$$

En introduisant cette relation dans l'équation (8.22), le bilan de puissance au rotor devient :

$$p_f + \frac{d\theta_r}{dt} T_e = p_{Jf} + \frac{dW_{mf}}{dt} + p_{r \rightarrow s} \quad (8.25)$$

8.6.2 Bilans de puissance en régime établi

En régime établi, les bilans de puissance généraux établis ci-dessus se simplifient comme suit.

Bilan de puissance au stator

En remplaçant le courant i_a par son expression (8.9) et le flux ψ_a par son expression (8.10), on a :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} i_a \psi_a &= (L_o + L_m) I^2 \cos^2(\omega_N t + \psi) + \frac{\sqrt{2}}{2} L_{af} I_f I \cos(\omega_N t + \theta_r^o) \cos(\omega_N t + \psi) \\
 &= \frac{1}{2} (L_o + L_m) I^2 + \frac{1}{2} (L_o + L_m) I^2 \cos(2\omega_N t + 2\psi) + \\
 &\quad \frac{\sqrt{2}}{4} L_{af} I_f I [\cos(\theta_r^o - \psi) + \cos(2\omega_N t + \theta_r^o + \psi)]
 \end{aligned}$$

En procédant de même dans les phases b et c et en additionnant les trois relations, on obtient l'expression suivante de l'énergie magnétique stockée dans les enroulements statoriques :

$$\begin{aligned} W_{ms} &= \frac{1}{2} (i_a \psi_a + i_b \psi_b + i_c \psi_c) \\ &= \frac{3}{2} (L_o + L_m) I^2 + \frac{3\sqrt{2}}{4} L_{af} I_f I \cos(\theta_r^o - \psi) \end{aligned}$$

On voit que cette énergie est constante et donc $\frac{dW_{ms}}{dt} = 0$.

En régime triphasé équilibré, la puissance instantanée sortant des trois phases est constante et égale à la puissance active triphasée, ou encore trois fois la puissance active P produite par une phase.

Le bilan de puissance du stator se simplifie donc comme suit :

$$p_{r \rightarrow s} = 3P + p_{J_s} \quad (8.26)$$

Bilan de puissance au rotor

En remplaçant le flux ψ_f par son expression (8.13), on obtient l'expression suivante de l'énergie magnétique dans l'enroulement d'excitation :

$$W_{mf} = \frac{1}{2} i_f \psi_f = \frac{1}{2} L_{ff} I_f^2 + \frac{3\sqrt{2}}{4} L_{af} I I_f \cos(\theta_r^o - \psi)$$

On voit que cette énergie est constante. Ce résultat était prévisible vu que le flux et le courant dans l'enroulement d'excitation sont constants en régime établi. On a donc $\frac{dW_{mf}}{dt} = 0$.

Par ailleurs, l'équation (8.6) devient simplement :

$$V_f = R_f I_f$$

et donc :

$$p_f = R_f I_f^2 = p_{J_f} \quad (8.27)$$

En régime établi, la puissance fournie à l'enroulement d'excitation est entièrement dissipée en pertes Joule dans cet enroulement. En fait, le courant d'excitation sert à "magnétiser" le rotor, ce qui permet la création du couple électromagnétique T_e , mais l'enroulement d'excitation n'échange pas de puissance avec les enroulements statoriques.

Enfin, la vitesse de rotation $d\theta_r/dt$ étant égale à la pulsation nominale ω_N , on a évidemment :

$$\frac{dW_c}{dt} = 0 \quad T_m = T_e \quad P_m = \omega_N T_e = \omega_N T_m$$

Le bilan de puissance (8.25) du rotor devient donc simplement :

$$p_{r \rightarrow s} = \omega_N T_e = \omega_N T_m = P_m \quad (8.28)$$

qui montre que la puissance est transmise du rotor au stator entièrement sous forme mécanique, c'est-à-dire via le couple appliqué aux masses en rotation.

8.6.3 Expression des puissances active et réactive

Nous considérons pour simplifier que la résistance statorique R_a est négligeable. Soit P et Q les puissances active et réactive *produites* par la machine, en per unit. En utilisant les formules des flux de puissance dans une réactance en fonction des tensions à ses extrémités, établies au chapitre 4, on obtient aisément les relations suivantes :

$$P = -\frac{VE_q}{X} \sin(\theta - (\theta + \delta)) = \frac{VE_q}{X} \sin \delta \quad (8.29)$$

$$Q = -\frac{V^2}{X} + \frac{VE_q}{X} \cos(\theta - (\theta + \delta)) = -\frac{V^2}{X} + \frac{VE_q}{X} \cos \delta \quad (8.30)$$

où V , E_q , δ et X ont été définis à la figure 8.12.

Notons que δ est le déphasage entre le phaseur de la f.e.m. interne \bar{E}_q et celui de la tension terminale \bar{V} . Cet angle est souvent appelé *angle interne* ou *angle de charge* de la machine.

8.7 Courbes de capacité

Vu du réseau, le fonctionnement d'un générateur est caractérisé par trois grandeurs : la tension terminale V , la production active P et la production réactive Q .

Comme on l'imagine aisément, il existe des limites sur les valeurs que peuvent prendre P , Q et V , limites dictées par un fonctionnement admissible de la machine.

Les *courbes de capacité* délimitent le lieu des points de fonctionnement admissible dans le plan (P, Q) , à tension V constante. Cette dernière hypothèse est acceptable considérant que les générateurs sont dotés de régulateurs qui maintiennent leurs tensions (quasiment) constantes en fonctionnement normal.

Un exemple de courbes de capacité est donné à la figure 8.13, correspondant à une machine à rotor lisse.

On distingue les limites suivantes :

1. *puissance maximale turbine* : c'est évidemment aussi la puissance active maximale P_{max} que le générateur peut fournir ;
2. *puissance minimale turbine*. Dans les centrales thermiques, la nécessité de produire une puissance minimale est liée à des problèmes de stabilité de la combustion ;
3. *limite statorique* : elle correspond à des points de fonctionnement pour lesquels le courant statorique est égal à I_N , défini par (8.20). On a, en per unit :

$$(S^2 =) P^2 + Q^2 = V^2 I_N^2$$

V étant fixé, cette équation est celle d'un cercle centré à l'origine, de rayon VI_N ;

4. *limite rotorique* : elle correspond à des points de fonctionnement pour lesquels le courant d'excitation I_f est égal à la valeur maximale permise en régime permanent, pour des raisons d'échauffement.

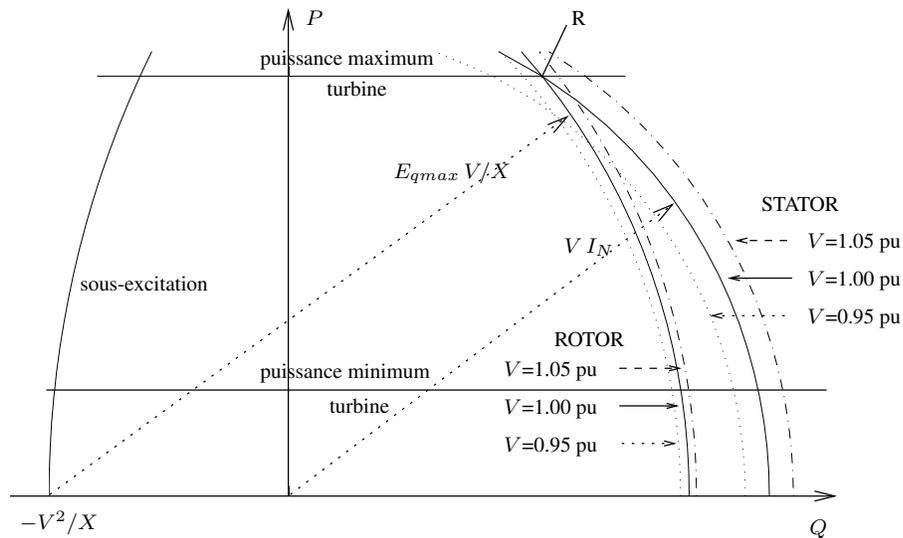


FIGURE 8.13 – courbes de capacité d’une machine

L’expression de cette courbe s’établit aisément dans le cas d’une machine à rotor lisse, dont on néglige la résistance statorique. Notons I_{fmax} la valeur maximale du courant rotorique. En vertu de (8.16), la f.e.m. E_q est constante et égale à :

$$E_{qmax} = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2}} I_{fmax}$$

Les relations (8.29, 8.30) deviennent donc :

$$P = \frac{E_{qmax} V}{X} \sin \delta$$

$$Q = \frac{E_{qmax} V}{X} \cos \delta - \frac{V^2}{X}$$

Après avoir éliminé δ on obtient :

$$\left(\frac{V E_{qmax}}{X} \right)^2 = \left(Q + \frac{V^2}{X} \right)^2 + P^2$$

soit l’équation d’un cercle dont le centre est ($P = 0, Q = -V^2/X$) et le rayon $V E_{qmax}/X$;

5. *limite en sous-excitation*. Il existe une puissance réactive maximale que la machine peut absorber. Nous y reviendrons dans le chapitre ??.

La figure 8.13 montre que lorsque la production de puissance active P augmente, la puissance réactive maximale productible par la machine diminue.

La même figure montre l’influence d’une variation de la tension terminale V . Pour une valeur donnée de P , une augmentation de V augmente les limites réactives, tant en production qu’en absorption (voir cependant la remarque plus loin).

A la figure 8.13, les courbes 1, 3 et 4 ci-dessus se croisent en un même point, sous $V = 1$ pu. En pratique, ce n’est pas toujours le cas mais cependant les points d’intersection de ces courbes deux à

deux sont toujours très proches, ce qui traduit le fait que pour $P = P_{max}$ et $V = 1$ pu, les sections des conducteurs au rotor et au stator ont été dimensionnées de manière cohérente.

La figure 8.14 montre les courbes 1, 3 et 4 d'une machine réelle, compte tenu de la saturation du matériau. L'allure générale des courbes est toujours celle de la figure 8.13. Cependant, les caractéristiques de saturation de cette machine sont telles que la limite rotorique devient moins contraignante quand la tension V diminue.

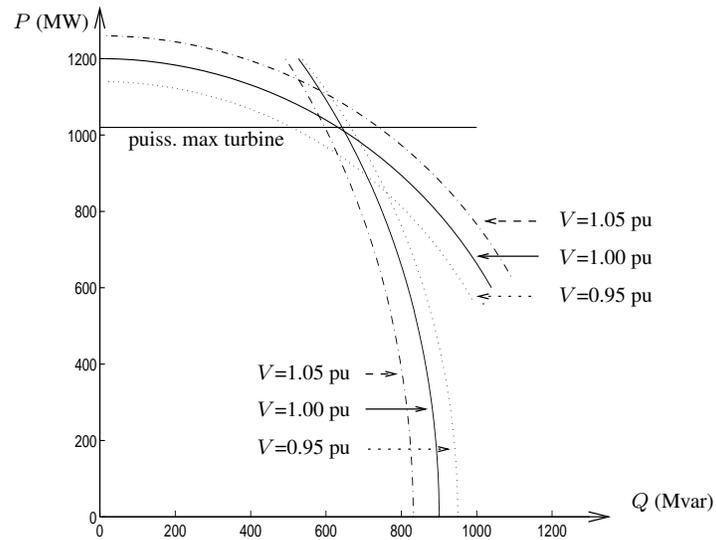


FIGURE 8.14 – Exemple de courbes de capacité d'une machine réelle, tenant compte de la saturation (courbes 1, 3 & 4 de la fig. 8.13)

Chapitre 9

Régulation de la fréquence

Dans tout système électrique de puissance, il importe de maintenir la fréquence dans une plage étroite autour de sa valeur nominale (50 ou 60 Hz). Le respect strict de cette valeur est non seulement nécessaire au fonctionnement correct des charges mais, comme on va le voir, il est également l'indicateur d'un équilibre entre puissances actives produites et consommées.

Le maintien de cet équilibre est essentiel car l'énergie électrique n'est pas emmagasinable, du moins pas dans les quantités suffisantes pour faire face aux fluctuations de la demande ou aux incidents. Elle doit donc être produite au moment où elle est demandée.

Considérons par exemple une augmentation brutale de la demande. Dans les toutes premières secondes, l'énergie correspondante va être prélevée sur l'énergie cinétique stockée dans les masses tournantes des machines synchrones dans les centrales. Ceci va entraîner une diminution de la vitesse de rotation de ces unités, c'est-à-dire de la fréquence du réseau. Cet écart de vitesse est détecté et corrigé automatiquement par les régulateurs de vitesse. Dans l'exemple qui nous occupe, ces régulateurs vont augmenter l'admission de fluide (vapeur, gaz ou eau) dans les turbines de manière à ramener les vitesses autour de leurs valeurs nominales, et donc la fréquence du réseau. Une fois le système revenu à l'équilibre, les unités conservent cette admission de fluide plus élevée, donc une production de puissance plus élevée, équilibrant la demande également plus élevée.

Cette régulation en centrale est appelée régulation primaire¹. Elle intervient la première sur l'échelle des temps : typiquement, en moins de vingt secondes après une perturbation. Comme nous le verrons dans ce chapitre, il existe également une régulation secondaire, intervenant typiquement en quelques minutes.

1. "régulation" et "réglage" sont ici utilisés indistinctement

9.1 Régulateur de vitesse

9.1.1 Description et schéma bloc

Un schéma de principe de la régulation de vitesse est donné à la figure 9.1. Un dispositif mesure la vitesse de rotation de l'ensemble (turbine + générateur). Dans le régulateur, cette mesure est comparée à la vitesse de rotation nominale (correspondant à une fréquence de 50 ou 60 Hz) et l'écart entraîne une augmentation ou une diminution de l'admission de fluide dans la turbine, par action sur ses *souppes de réglage*. Le régulateur de vitesse utilise un *servomoteur* pour manoeuvrer les soupapes. Ce dispositif (voir figure 9.1) comporte un piston, mû par de l'huile sous pression. Celle-ci est admise dans le cylindre, d'un côté ou de l'autre du piston selon le sens de la correction, par une *vanne pilote*. Le piston se déplace tant que la vanne pilote ne bloque pas l'admission d'huile, c'est-à-dire tant que le signal de correction qui commande la vanne pilote n'est pas revenu à zéro.

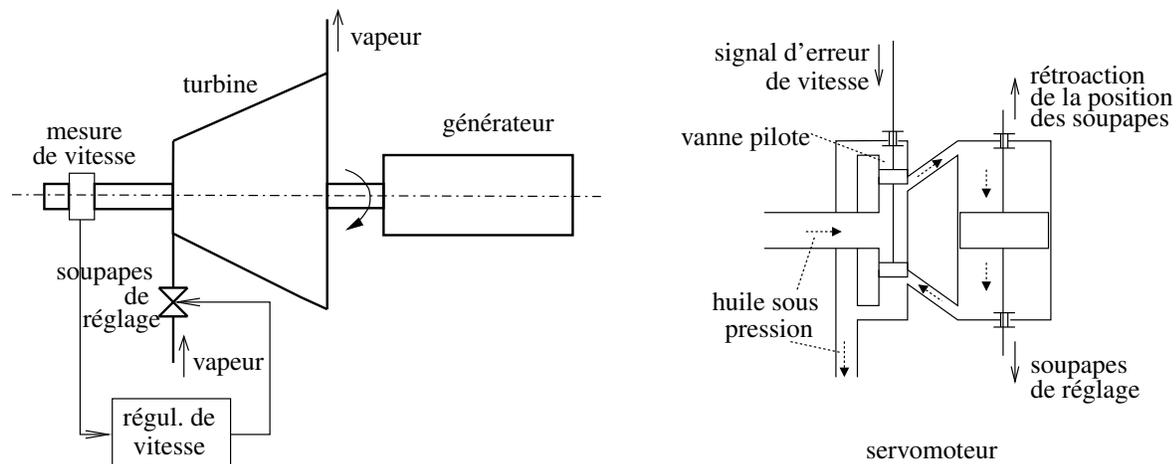


FIGURE 9.1 – schéma de principe de la régulation de vitesse et du servomoteur

On peut établir un schéma bloc comme à la figure 9.2. Le signal d'entrée ω_m est la vitesse de rotation. z représente la fraction d'ouverture des soupapes de la turbine ($0 \leq z \leq 1$). $G(s)$ est la fonction de transfert entre z et la puissance mécanique P_m délivrée par la turbine :

$$P_m = G(s) z \quad (9.1)$$

$F(s)$ est la fonction de transfert entre ω_m et z . Nous allons la détailler quelque peu.

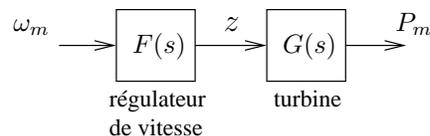


FIGURE 9.2 – schéma bloc du régulateur de vitesse et de la turbine

Un premier type de régulateur de vitesse est décrit par le schéma bloc de la figure 9.3. Il s'agit d'un schéma simplifié ; en particulier, on n'a pas représenté les limites imposées à z et à sa dérivée. p est le nombre de paires de pôles du générateur ; $p\omega_m$ est donc la vitesse électrique. En régime établi,

celle-ci est égale à la pulsation $\omega = 2\pi f$ du système. Le servomoteur est représenté par un gain et un intégrateur. Lorsque le système est en régime établi, l'entrée de l'intégrateur est nécessairement nulle. Le régulateur de vitesse ajuste donc les soupapes de réglage jusqu'à ce que l'erreur de vitesse soit totalement annulée. Un tel régulateur est dit *isochrone*.

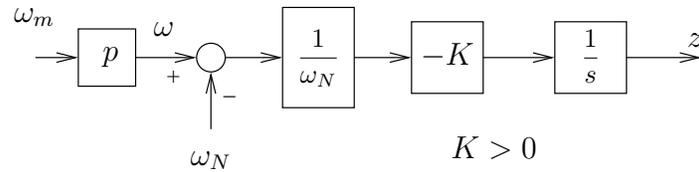


FIGURE 9.3 – schéma bloc d'un régulateur de vitesse isochrone

Dans un réseau comportant plusieurs générateurs, un seul d'entr'eux peut être doté d'un régulateur isochrone. En effet, d'inévitables petites différences entre les consignes de deux régulateurs isochrones les conduiraient à "se disputer" la correction des erreurs de fréquence. Cependant, il n'est pas pensable de faire fonctionner un réseau de grande taille avec un seul générateur doté d'un régulateur isochrone car ce générateur devrait à lui seul assurer l'équilibre entre production et consommation de tout le système.

Pour répartir l'effort sur un certain nombre de générateurs on a recours à un autre type de régulateur, dont le schéma bloc est représenté à la figure 9.4. Ce dernier diffère du régulateur isochrone par la présence d'une rétroaction de la position de la soupape de réglage z . De plus, il fait intervenir z^o la consigne d'ouverture des soupapes, que l'on peut ajuster pour modifier la production de l'unité. Comme on le verra dans les sections suivantes, le paramètre σ joue un rôle important dans la participation de l'unité à l'équilibre production-consommation.

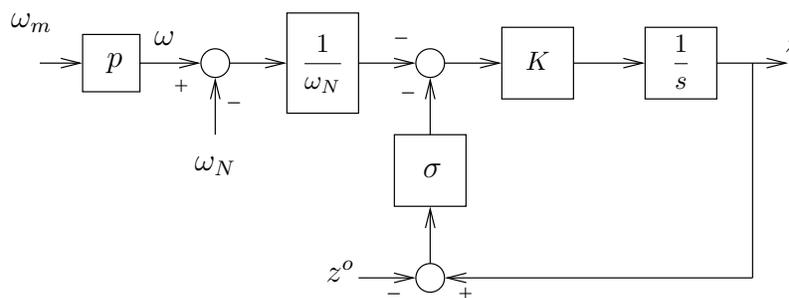


FIGURE 9.4 – schéma bloc d'un régulateur de vitesse avec statisme

Quelques manipulations permettent de passer du schéma de la figure 9.4 à celui de la figure 9.5, plus utilisé en pratique. T_{sm} est relié aux paramètres de la figure 9.4 par :

$$T_{sm} = \frac{1}{K \sigma}$$

On tire aisément :

$$z = \frac{1}{1 + s T_{sm}} \left(z^o - \frac{\omega - \omega_N}{\sigma \omega_N} \right) \quad (9.2)$$

qui fait apparaître T_{sm} comme une constante de temps, relative au servomoteur.

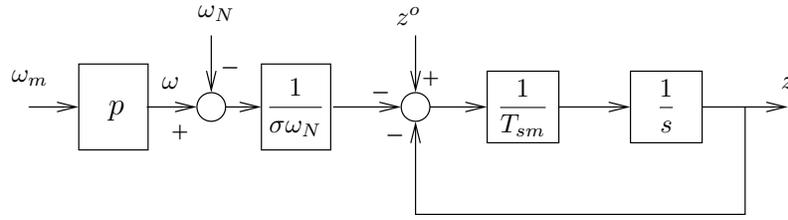


FIGURE 9.5 – schéma bloc d'un régulateur de vitesse avec statisme (seconde version)

9.1.2 Caractéristique statique d'un ensemble turbine-régulateur

La caractéristique statique d'un ensemble turbine - régulateur de vitesse est la relation, en régime établi, entre la puissance mécanique fournie par la turbine et la fréquence du réseau.

En posant $s = 0$ dans (9.1) et (9.2), on trouve aisément :

$$P_m = G(0) \left(z^o - \frac{\omega - \omega_N}{\sigma \omega_N} \right) \quad (9.3)$$

Considérons qu'en régime établi, lorsque les soupapes de réglage sont ouvertes au maximum ($z = 1$), la turbine délivre sa puissance nominale P_N . La relation (9.1) seule donne :

$$P_N = G(0)$$

et en introduisant cette relation dans (9.3) on obtient :

$$P_m = P_N z^o - \frac{P_N \omega - \omega_N}{\sigma \omega_N} = P^o - \frac{P_N f - f_N}{\sigma f_N} \quad (9.4)$$

où P^o est la consigne de production de la turbine. Le diagramme f - P_m correspondant se présente donc sous la forme d'une droite inclinée, comme montré à la figure 9.6. Les limites de puissance sont évidemment 0 et P_N , mais la puissance minimale peut être plus élevée (voir ligne en pointillé) pour des raisons de stabilité de combustion dans les unités thermiques ou de vibrations dans les unités hydrauliques.

Le rapport de la variation relative de fréquence à la variation relative de puissance est donné par :

$$\left| \frac{\Delta f / f_N}{\Delta P_m / P_N} \right| = \left| \frac{\Delta \omega / \omega_N}{\Delta P_m / P_N} \right| = \sigma$$

σ est appelé le *statisme* du régulateur de vitesse. En Europe, il vaut typiquement 4 % pour les unités thermiques². Comme le montre la figure 9.6, une variation de fréquence $\Delta f = \sigma f_N = 0.04 \times 50 = 2$ Hz provoquerait une variation de puissance mécanique ΔP_m égale à la puissance nominale P_N . Un statisme infini correspond à une machine fonctionnant à puissance constante et ne participant donc pas à la régulation de la fréquence.

Lorsque l'on ajuste la consigne de puissance P^o , la caractéristique se translate comme représenté à la figure 9.6.

2. 5 % en Amérique du nord

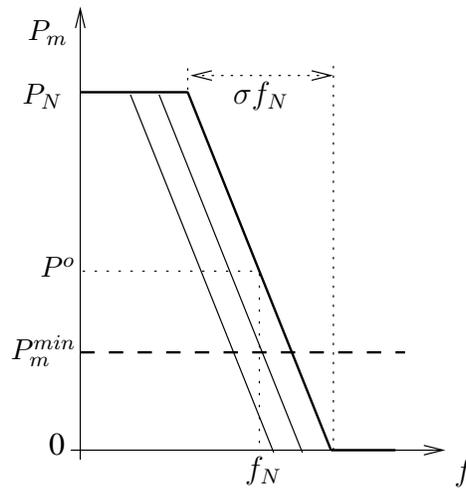


FIGURE 9.6 – caractéristique statique (idéale) de l’ensemble turbine-régulateur

La pente de la caractéristique statique indique clairement que les régulateurs de vitesse sont du type proportionnel. Ils laissent donc une erreur statique sur la fréquence. Comme nous allons le voir à la section suivante, cette propriété permet précisément le partage de l’effort par les différents générateurs interconnectés.

9.2 Régulation primaire

9.2.1 Hypothèses de modélisation

Déterminons à présent les variations de fréquence et de production résultant d’une perturbation du bilan de puissance active. Nous supposons que les transitoires qui suivent cette perturbation sont éteints, auquel cas toutes les machines tournent à la même vitesse électrique et la fréquence est la même dans tout le réseau.

Nous supposons pour simplifier que le réseau est sans pertes et que la puissance de chaque turbine est intégralement transformée en puissance électrique.

Par contre, nous considérons la sensibilité de la charge à la fréquence, en écrivant que la puissance active totale consommée par les charges vaut :

$$P_c = P_c^o p(f) \quad (9.5)$$

où $p(f)$ traduit la dépendance vis-à-vis de la fréquence f . A la fréquence nominale, on a $p(f_N) = 1$ et $P_c = P_c^o$. Dans ce qui suit, nous nous limiterons à de faibles variations de f autour de f_N , ce qui autorise la linéarisation :

$$p(f) \simeq p(f_N) + \left. \frac{dp}{df} \right|_{f=f_N} (f - f_N) = 1 + D(f - f_N)$$

où D est le coefficient de sensibilité de la charge à la fréquence (pu/Hz). L’expression de la puis-

sance consommée par la charge devient donc :

$$P_c = P_c^o (1 + D (f - f_N)) \quad (9.6)$$

9.2.2 Partage des variations de production entre générateurs

La fréquence étant la même partout, les caractéristiques des divers générateurs peuvent être combinées en une caractéristique globale :

$$P_m = \sum_{i=1}^n P_{mi} = \sum_{i=1}^n P_i^o - \frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ni}}{\sigma_i} \quad (9.7)$$

où n est le nombre de générateurs en service. Sous les hypothèses simplificatrices mentionnées, le bilan de puissance du système s'écrit simplement :

$$\sum_{i=1}^n P_i^o - \frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ni}}{\sigma_i} = P_c^o (1 + D (f - f_N)) \quad (9.8)$$

Supposons pour simplifier (mais sans perdre en généralité) que le réseau fonctionne initialement à la fréquence nominale f_N . En ce point de fonctionnement, l'équation (9.8) devient simplement :

$$\sum_{i=1}^n P_i^o = P_c^o \quad (9.9)$$

Supposons que survient une perturbation, sous la forme d'une augmentation ΔP_c de la consommation (ou de la perte d'une unité de produisant cette même puissance).

Si l'on suppose que les consignes de production sont inchangées, ce qui est bien le cas après réglage primaire, le bilan de puissance (9.8) devient :

$$\sum_{i=1}^n P_i^o - \frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ni}}{\sigma_i} = P_c^o (1 + D (f - f_N)) + \Delta P_c \quad (9.10)$$

ou encore, compte-tenu de (9.9) :

$$-\frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ni}}{\sigma_i} = P_c^o D (f - f_N) + \Delta P_c \quad (9.11)$$

En posant :

$$\beta = D P_c^o + \frac{1}{f_N} \sum_{i=1}^n \frac{P_{Ni}}{\sigma_i} \quad (9.12)$$

et en notant :

$$\Delta f = f - f_N$$

la relation (9.9) s'écrit simplement :

$$-\beta \Delta f = \Delta P_c \quad (9.13)$$

Le paramètre β est appelé *énergie réglante* du système. On notera qu'il a en effet la dimension d'une énergie. Il caractérise la précision de la régulation primaire de fréquence dans le système considéré : pour une même variation de charge, la variation de fréquence est d'autant plus faible que l'énergie réglante est élevée.

On en déduit la variation de fréquence :

$$\Delta f = -\frac{\Delta P_c}{\beta} \quad (9.14)$$

et donc la variation de puissance du j-ème générateur :

$$\Delta P_{mj} = -\frac{\Delta f P_{Nj}}{f_N \sigma_j} = \frac{\Delta P_c P_{Nj}}{f_N \beta \sigma_j} \quad (9.15)$$

De ces relations on peut tirer les conclusions suivantes :

- l'existence d'une erreur statique de fréquence permet un partage *prévisible* et *réglable* de la variation de production par les différentes machines ;
- tous les statismes étant fixés, un générateur participe d'autant plus que sa puissance nominale est élevée ;
- toutes les puissances nominales étant fixées, un générateur participe d'autant plus que son statisme est petit ;
- la variation de fréquence est d'autant plus petite que le nombre de générateurs participant à la régulation est élevé.

9.2.3 Réserve primaire

Comme on l'illustrera via un exercice, seule une fraction du nombre total de générateurs participe à la régulation primaire. Pour participer, un producteur doit ménager une réserve, c'est-à-dire placer sa production en dessous de la capacité maximale de la turbine, de façon à être prêt à produire davantage. Ceci est une barrière à l'utilisation de sources d'énergie renouvelable pour le réglage primaire de la fréquence (étant donné que l'on souhaite produire un maximum d'énergie de cette nature).

La participation à la réserve primaire est un service que le producteur offre sur le marché correspondant. S'il est retenu, il est rétribué pour la mise à disposition de sa réserve (même si elle n'est pas activée) ce qui compense ses pertes de revenus liées à la diminution de la production. Il est également payé en cas d'activation de cette réserve, avec un prix différent pour les augmentations de production (ceci compensant ses coûts de production plus élevés) et pour les diminutions (ceci compensant sa perte de revenus).

9.3 Régulation secondaire

9.3.1 Interconnexion des réseaux

Si l'on excepte les systèmes insulaires autonomes et quelques autres situations³, la plupart des réseaux gérés par des gestionnaires distincts sont regroupés au sein de grandes interconnexions.

Les avantages de celles-ci sont :

- une meilleure régulation de la fréquence, comme montré à la section précédente
- une assistance mutuelle en cas d'incident
- et donc une réduction de la réserve primaire que chaque gestionnaire de réseau doit contracter auprès de producteurs, pour faire face à la perte de générateurs
- la possibilité de vendre et d'acheter de l'énergie à des conditions plus avantageuses
- une meilleure tenue de la tension à l'interface entre systèmes, après interconnexion.

Notons cependant au passage que la constitution de grands systèmes interconnectés n'est pas exempte d'inconvénients :

- des incidents peuvent se propager d'un réseau à un autre, via les lignes d'interconnexion
- des flux de puissance peuvent traverser un réseau situé au sein d'une structure maillée, suite à des modifications topologiques ou des injections inattendues (p.ex. variabilité de la production éolienne) dans les réseaux voisins
- des oscillations électromécaniques lentes (0.1 à 0.5 Hz) et mal amorties peuvent apparaître.

Ces inconvénients peuvent conduire à s'interconnecter via des liaisons à courant continu. Les réseaux ainsi connectés conservent chacun leur fréquence. Dans ce chapitre, toutefois, nous nous intéressons à une interconnexion à courant alternatif dans laquelle la fréquence est unique en régime établi.

9.3.2 Régulation primaire d'une interconnexion : exemple à deux réseaux

Considérons pour simplifier deux réseaux, repérés respectivement 1 et 2, interconnectés via un certain nombre de lignes de transport (cf. figure 9.7). Comme à la section précédente, nous supposons pour simplifier qu'il n'y a pas de pertes dans le réseau, en particulier dans les lignes d'interconnexion. Soit P_{12} la puissance active totale transitant du réseau 1 vers le réseau 2 via les lignes d'interconnexion.

En adaptant les résultats de la section précédente, on établit aisément :

- la caractéristique combinée des générateurs du réseau 1 :

$$P_{m1} = \sum_{i \in 1} P_{mi} = \sum_{i \in 1} P_i^o - \frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i \in 1} \frac{P_{Ni}}{\sigma_i}$$

3. p.ex. Texas et Québec qui ne sont pas connectés en courant alternatif avec le reste de l'Amérique du Nord

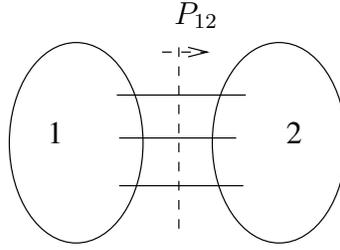


FIGURE 9.7 – interconnexion de deux réseaux

- la caractéristique de la charge du réseau 1 :

$$P_{c1} = P_{c1}^o + D_1 P_{c1}^o (f - f_N)$$

- l'équilibre des puissances dans le réseau 1 :

$$P_{m1} = P_{c1} + P_{12} \quad (9.16)$$

- la caractéristique combinée des générateurs du réseau 2 :

$$P_{m2} = \sum_{i \in 2} P_{mi} = \sum_{i \in 2} P_i^o - \frac{f - f_N}{f_N} \sum_{i \in 2} \frac{P_{Ni}}{\sigma_i}$$

- la caractéristique de la charge du réseau 2 :

$$P_{c2} = P_{c2}^o + D_2 P_{c2}^o (f - f_N)$$

- l'équilibre des puissances dans le réseau 2 :

$$P_{m2} = P_{c2} + P_{21} = P_{c2} - P_{12}$$

- l'équilibre des puissances dans le système complet :

$$P_{m1} + P_{m2} = P_{c1} + P_{c2}$$

Comme à la section 9.2.2, on suppose que le système fonctionne initialement à la fréquence f_N et on considère l'effet d'une augmentation de la charge. Celle-ci est supposée se produire dans le réseau 1 et est notée ΔP_{c1} .

En appliquant les relations du réglage primaire et en traitant P_{12} comme une charge (resp. une production) vis-à-vis du réseau 1 (resp. réseau 2), on obtient aisément :

- dans le réseau 1 :

$$-\beta_1 \Delta f = \Delta P_{c1} + \Delta P_{12}$$

- dans le réseau 2 :

$$-\beta_2 \Delta f = -\Delta P_{12} \quad (9.17)$$

où β_1 et β_2 sont les énergies réglantes des réseaux 1 et 2, respectivement.

De ces relations, on tire :

- la variation de fréquence :

$$\Delta f = -\frac{\Delta P_{c1}}{\beta_1 + \beta_2}$$

- la variation de l'échange de puissance :

$$\Delta P_{12} = -\frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \Delta P_{c1}$$

On voit que le transit de puissance de 1 vers 2 diminue suite à la perturbation. En effet, les machines du réseau 2 participant à la régulation primaire contribuent à équilibrer l'augmentation de la charge dans le réseau 1 : c'est l'assistance mutuelle déjà mentionnée. Il en résulte un flux de puissance de 2 vers 1, qui diminue le transit existant avant perturbation. Cette effet est d'autant plus marqué que β_2 est élevé par rapport à β_1 , ce qui est normalement le cas si le réseau 2 est plus grand que le réseau 1.

9.3.3 Objectifs de la régulation secondaire

Les deux premiers objectifs de la régulation secondaire sont : (i) d'éliminer l'erreur de fréquence sur laquelle repose le réglage primaire et (ii) de ramener les échanges de puissance entre réseaux interconnectés aux valeurs désirées (spécifiées dans les contrats d'achat d'énergie).

Ce ne sont généralement pas les mêmes générateurs qui participent au réglage primaire et au réglage secondaire. Suite une perturbation conduisant à un déficit de production, une partie de la réserve primaire est utilisée pour compenser le déficit. Les générateurs participant à la réserve secondaire vont alors prendre la relève de ceux impliqués dans la régulation primaire, dont la réserve va ainsi être reconstituée, afin de faire face à une autre perturbation. Cette reconstitution de la réserve primaire est le troisième objectif de la régulation secondaire.

9.3.4 Principe de la régulation secondaire

Revenons à notre exemple à deux réseaux de la figure 9.7. Pour ramener la fréquence f et l'échange de puissance P_{12} à leurs valeurs avant perturbation, il est clair qu'il faut augmenter la production dans le réseau 1. A cette fin, le réglage secondaire va modifier les consignes de production P_i^o de certains générateurs connectés à ce réseau. Comme on l'a vu à la figure 9.6, ceci a pour effet de translater les caractéristiques des générateurs de la région 1. Quand ce réglage sera terminé, l'équilibre de puissance (9.16) sera rétabli, le transit P_{12} sera revenu à sa valeur avant perturbation et la fréquence à la valeur f_N . Notons que les consignes des générateurs du réseau 2 ne doivent pas être ajustées ; les productions de ces générateurs se modifient suite à la modification de la fréquence induite par les ajustements dans le réseau 1. Les puissances qu'ils ont apportées momentanément grâce au réglage primaire sont "effacées" par le réglage secondaire.

9.3.5 Mise en oeuvre de la régulation secondaire

La régulation secondaire s'effectue au sein d'une *zone de réglage*. Celle-ci peut coïncider avec un pays ou avec le réseau géré par une compagnie, voire plusieurs compagnies. Dans chaque zone de réglage, on mesure la fréquence ainsi que la somme des transits dans les lignes connectant cette

zone au reste du système, l'objectif étant de ramener cette somme à une valeur de consigne. En pratique, cette régulation est assurée par un logiciel exécuté dans un centre de conduite recevant les mesures requises à intervalle régulier (de l'ordre de quelques secondes).

Reprenons à notre exemple à deux zones de réglage. Dans chacune, on calcule l'*erreur de réglage de zone*⁴, soit pour la zone 1 :

$$E_1 = P_{12} - P_{12}^0 + \lambda_1(f - f_N) = \Delta P_{12} + \lambda_1 \Delta f$$

et pour la zone 2 :

$$E_2 = P_{21} - P_{21}^0 + \lambda_2(f - f_N) = -\Delta P_{12} + \lambda_2 \Delta f$$

Chacun de ces signaux est traité, dans sa zone, par un régulateur proportionnel-intégral pour obtenir la correction de production dans la zone 1 :

$$\Delta P_1^o = -K_{i1} \int E_1 dt - K_{p1} E_1$$

et dans la zone 2 :

$$\Delta P_2^o = -K_{i2} \int E_2 dt - K_{p2} E_2$$

Les constantes K sont toutes positives.

Ayant défini un certain nombre de générateurs participant au réglage secondaire, on distribue le signal ΔP_1^o (resp. ΔP_2^o) sur ces derniers. La consigne du i -ème générateur de la zone 1 devient donc :

$$P_i^o + \rho_i \Delta P_1^o \quad \text{avec} \quad \sum_i \rho_i = 1$$

et de même dans la zone 2.

A l'issue du réglage, si l'on n'a pas rencontré de limites, le terme intégral impose :

$$\begin{aligned} E_1 = 0 &\Rightarrow \Delta P_{12} + \lambda_1 \Delta f = 0 \\ E_2 = 0 &\Rightarrow -\Delta P_{12} + \lambda_2 \Delta f = 0 \end{aligned}$$

dont la seule solution est :

$$\Delta f = 0 \quad \text{et} \quad \Delta P_{12} = 0 \quad (9.18)$$

qui correspond bien aux deux buts recherchés pour le réglage.

Il faut noter que ce réglage est *entièrement distribué* ; il ne nécessite pas de centraliser les mesures en un point unique, ni d'échanger les mesures avec les autres zones de l'interconnexion.

Choix des paramètres λ_i

Du point de vue de l'erreur finale, quelles que soient les valeurs de λ_1 et λ_2 , on aboutit à (9.18) après réglage secondaire. Toutefois, le choix de ces paramètres influence la dynamique de la régulation. De ce point de vue, il est judicieux de prendre :

$$\lambda_1 = \beta_1 \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \beta_2 \quad (9.19)$$

4. en anglais, *area control error*

où β_1 et β_2 sont les énergies réglantes définies antérieurement. En effet, dans ce cas, l'erreur de réglage dans la zone 2 devient :

$$E_2 = -\Delta P_{12} + \beta_2 \Delta f$$

valeur qui est nulle, en vertu de (9.17). En d'autres termes, *les générateurs de la zone 2 ne réagissent pas*, ce qui est souhaitable puisque, comme expliqué plus haut, seuls les générateurs de la zone 1 doivent être ajustés. Plus λ_2 s'écarte de β_2 , plus les générateurs de la zone 2 réagissent *momentanément et inutilement* pendant que la régulation secondaire se met en oeuvre.

En pratique, il n'est pas possible de réaliser exactement la condition (9.19) car les énergies réglantes changent avec la charge du réseau et il peut y avoir des imprécisions au niveau des participations des unités au réglage primaire. On s'efforce toutefois de s'en rapprocher le plus possible.

Choix des paramètres K_i , K_p et ρ_i

Les coefficients K_i et K_p sont choisis de manière à optimiser la dynamique du système. En particulier le réglage secondaire ne doit pas être trop "énergique" pour ne pas interférer avec le réglage primaire, ce qui pourrait générer des oscillations indésirables, voire à la limite une instabilité.

Dans certains réseaux, on ne considère que le terme intégral ($K_p = 0$).

Les coefficients ρ_i distribuent le signal de correction sur un certain nombre de générateurs. Ces générateurs doivent évidemment disposer de réserves de production, dont la somme constitue la *réserve secondaire*.

Tant pour le réglage primaire que pour le réglage secondaire, la variation de production qu'une unité participante s'engage à fournir, dans un temps donné, et donc en particulier son coefficient ρ_i , doit tenir compte du taux de variation maximal permis par la turbine. Ce taux est de l'ordre de :

- quelques pour-cents de la puissance nominale par minute pour une unité thermique ;
- la puissance nominale par minute pour une unité hydraulique.

9.3.6 Extension à plus de deux zones de réglage

Les développements qui précèdent s'appliquent bien entendu à un ensemble quelconque de zones de réglage. L'erreur de réglage de zone fait intervenir la *somme* des puissances que la zone désire échanger avec toutes les autres, chacune intervenant avec son signe.

Considérons par exemple le cas à trois zones de réglage représenté à la figure 9.8. Supposons que la zone 1 veuille vendre 1000 MW à la zone 3 et que la zone 2 ne désire rien acheter ni vendre. Les consignes du réglage secondaire sont mises à 1000, 0 et -1000 MW respectivement. A l'issue de ce réglage on a :

$$\begin{aligned} E_1 = 0 &\Rightarrow (P_{12} + P_{13}) - 1000 + \lambda_1 \Delta f = 0 \\ E_2 = 0 &\Rightarrow (-P_{12} + P_{23}) - 0 + \lambda_2 \Delta f = 0 \\ E_3 = 0 &\Rightarrow (-P_{13} - P_{23}) + 1000 + \lambda_3 \Delta f = 0 \end{aligned}$$

dont on tire aisément :

$$\begin{aligned}\Delta f &= 0 \\ P_{12} + P_{13} &= 1000 \\ P_{12} &= P_{23} \\ P_{13} + P_{23} &= 1000\end{aligned}$$

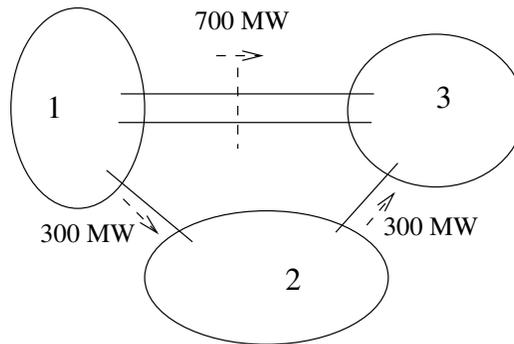


FIGURE 9.8 – exemple à trois zones de réglage

Notons que les transits de puissance individuels ne sont pas contrôlables. Comme illustré à la figure 9.8, une partie du flux de puissance du réseau 1 vers le réseau 3 passe par réseau 2, les électrons n'obéissant qu'aux lois de l'électricité ! Ce transit entraîne des pertes pour le réseau 2, ainsi qu'une mise en charge de ses lignes pouvant diminuer ses marges de sécurité.

Pour se dédommager des pertes, le gestionnaire doit faire payer l'usage de son réseau. Pour faire face à des situations dangereuses, il peut installer un ou plusieurs transformateurs déphaseurs destinés à réduire la puissance active qui le traverse, c'est-à-dire dans l'exemple ci-dessus forcer tout ou partie des 1000 MW à passer par les lignes qui connectent directement les réseaux 1 et 3⁵. Il faut évidemment étudier les emplacements optimaux et l'efficacité de tels déphaseurs en considérant un modèle détaillé du réseau. Dans l'éventualité où plusieurs gestionnaires installeraient de tels dispositifs, se profile le problème de l'interaction entre ces différents dispositifs !

5. ce qui n'est bien entendu possible que parce qu'une liaison directe existe entre 1 et 3

Chapitre 10

Régulation de la tension

Il existe deux différences fondamentales entre la régulation de la fréquence et celle de la tension :

- *la fréquence est un “signal” commun à tous les composants d’un même réseau. Aussi grand soit ce dernier, en régime établi, la fréquence est la même partout. Lorsqu’on augmente la production d’une quelconque des centrales, la fréquence est ajustée par les régulateurs de vitesse à une valeur un peu supérieure.*

Il n’y a pas de signal ni de comportement équivalent pour la régulation de tension. Les réglages ont une portée locale : lorsque l’on ajuste la tension en un noeud d’un réseau, cela influence la tension des noeuds situés dans un certain voisinage. Au delà, les effets sont négligeables ;

- *la fréquence est usuellement tenue près de sa valeur nominale avec grande précision, parce qu’un écart est révélateur d’un déséquilibre entre puissances actives produite et consommée.*

En comparaison, la régulation de la tension est moins précise. Dans un réseau de transport, on admet couramment un écart de $\pm 5\%$ par rapport à la valeur nominale. En fait, on ne peut empêcher de tels écarts, qui proviennent des chutes de tension créées par le passage du courant dans les impédances du réseau.

Il convient toutefois de maintenir la tension dans des limites acceptables :

- *pas trop élevée sous peine d’endommager les isolants, les appareils sensibles, etc. . .*
- *pas trop basse, sous peine de perturber, voire interrompre le fonctionnement de certains composants : mise hors service des charges se protégeant contre les sous-tensions, blocage de l’électronique de puissance dans les redresseurs et onduleurs, décrochage des moteurs asynchrones, etc. . .*

Les deux manières les plus usuelles d’ajuster les tensions d’un réseau sont :

- *produire ou consommer de la puissance réactive en ses noeuds*
- *ajuster le nombre de spires des transformateurs qui connectent les différents niveaux de tension (dans certains cas, des transformateurs dédiés au réglage de la tension).*

10.1 Contrôle de la tension par condensateur ou inductance shunt

Le moyen le plus économique de corriger une chute de tension en un jeu de barres est d’y connecter des bancs de condensateurs shunt, afin d’y produire de la puissance réactive. De même, les augmentations de tension peuvent être corrigées en connectant des selfs shunt¹, afin d’y consommer de la puissance réactive.

Le principe de ce contrôle est illustré à la figure 10.1. On suppose que, sous l’effet d’une perturbation, la caractéristique QV du réseau passe de la droite 1 à la droite 2. En l’absence de compensation shunt au jeu de barres considéré, le point de fonctionnement passe de A en B sous l’effet de la perturbation. La caractéristique QV de la compensation shunt est simplement :

$$Q = B V^2$$

avec $B > 0$ pour un condensateur et $B < 0$ pour une self, soit une parabole dans le plan (V, Q) . Après connexion du condensateur, le nouveau point de fonctionnement est C. La figure 10.1 montre la correction (partielle) de la tension ainsi obtenue. La même figure montre la correction, au moyen d’une inductance shunt, d’une augmentation de tension due au passage de la caractéristique 1 à la caractéristique 3.

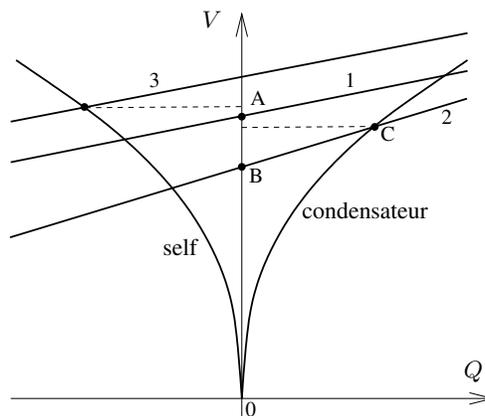


FIGURE 10.1 – caractéristiques QV d’un réseau et de la compensation shunt

Ces enclenchements peuvent être commandés manuellement ou automatiquement. Dans le premier cas, il est souvent réalisé, depuis un centre de conduite, par un opérateur disposant d’une télémessure de la tension. Dans le second cas, un dispositif situé dans le poste enclenche le condensateur automatiquement lorsque la tension passe sous un seuil bas et y reste pendant un délai spécifié et le déclenche lorsque la tension dépasse un seuil haut pendant un temps donné.

Evidemment, on ne peut pas parler de “régulation” mais plutôt de réglage “par tout ou rien” ou “par paliers” si plusieurs capacités (ou selfs) shunt sont disponibles en parallèle. Par ailleurs, l’élément shunt étant mis en/hors service par fermeture/ouverture de son disjoncteur, des manoeuvres répétées et/ou rapides ne sont pas possibles. A la section 10.7, nous nous intéresserons

1. par facilité, on parle souvent de “capacités shunt” et “d’inductances shunt”

à un dispositif électronique permettant de faire varier continûment et rapidement la valeur de la susceptance shunt.

10.2 Système d'excitation d'une machine synchrone : vue d'ensemble

La figure 10.2 donne un schéma de principe du système d'excitation d'une machine synchrone.

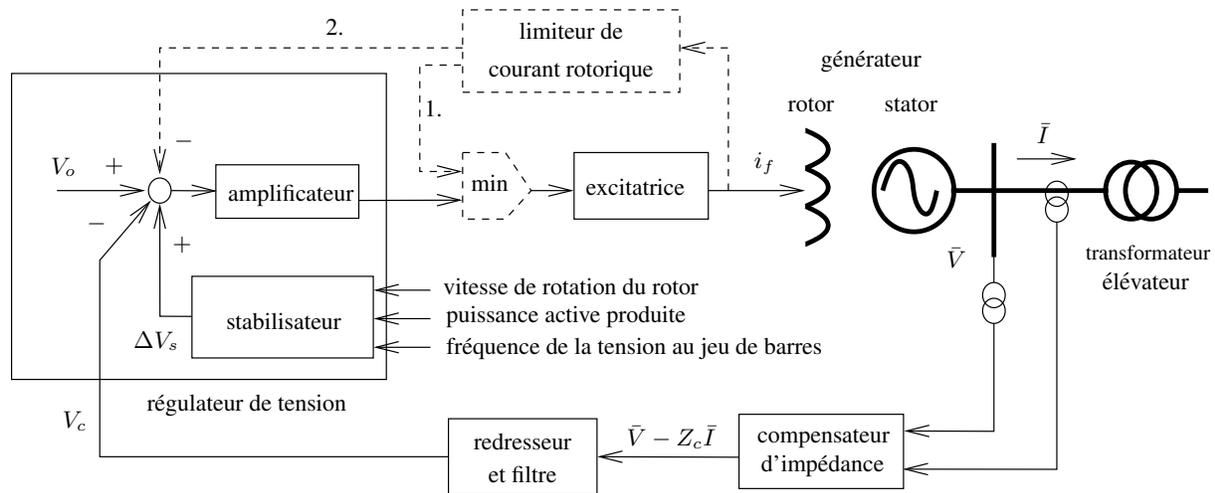


FIGURE 10.2 – schéma de principe du système d'excitation d'une machine synchrone

10.2.1 Composants de la chaîne de régulation

La tension V au jeu de barres MT du générateur est mesurée via un transformateur de potentiel, puis redressée et filtrée pour donner un signal continu V_c , proportionnel à la valeur efficace de la tension alternative.

Le régulateur de tension compare V_c à la consigne de tension V_o , amplifie la différence et met le résultat sous la forme adéquate pour la commande de l'excitatrice. Le principe général de cette régulation est d'augmenter la tension d'excitation v_f du générateur lorsque la tension terminale V diminue ou lorsque la consigne V_o augmente, et inversement.

Très souvent, le régulateur est doté d'un "stabilisateur", dont le rôle est d'ajouter au signal d'erreur $V_o - V_c$ une composante transitoire ΔV_s améliorant la dynamique de la machine en fonctionnement sur le réseau. Cette composante ΔV_s est nulle en régime établi, tandis que suite à une perturbation, elle améliore l'amortissement des oscillations du rotor (par rapport au mouvement uniforme correspondant au régime établi parfait). ΔV_s peut être élaborée au départ d'une ou plusieurs mesures, typiquement la vitesse de rotation, la fréquence de la tension au jeu de barres ou la puissance active produite par le générateur. Ces signaux sont passés au travers de fonctions de transfert² choisies de manière à augmenter la composante du couple électromagnétique T_e procurant de l'amortissement.

2. la synthèse de celles-ci est étudiée dans le cours ELEC0047

L'excitatrice est une machine auxiliaire. En régime établi, elle fournit un courant i_f continu sous une tension v_f continue, la puissance $v_f i_f$ étant au niveau requis par l'enroulement d'excitation du générateur. Elle doit être capable de faire varier rapidement v_f et i_f en réponse à une variation du signal fourni par le régulateur de tension.

Une excitatrice peut se présenter sous forme :

- d'une machine tournante placée sur le même arbre que la turbine et le générateur. Cette machine tire donc la puissance $v_f i_f$ de la turbine. Dans les systèmes anciens, il s'agissait d'une machine à courant continu. Dans les systèmes modernes, il s'agit d'une machine à courant alternatif (en fait, une machine synchrone, de puissance beaucoup plus faible que le générateur qu'elle alimente) dont la sortie est redressée ;
- d'un système "statique" dans lequel la puissance $v_f i_f$ est fournie par un transformateur alimenté lui-même par le réseau et dont la tension de sortie est également redressée.

Le régulateur peut aussi être doté d'un compensateur d'impédance, combinant le courant et la tension mesurés en sortie du générateur pour produire un signal correspondant au phaseur :

$$\bar{V}_c = \bar{V} - Z_c \bar{I}$$

où Z_c est une impédance de compensation. Ce signal est redressé et filtré comme mentionné plus haut, pour obtenir :

$$V_c = |\bar{V} - Z_c \bar{I}|$$

En prenant pour Z_c une fraction (typiquement entre 50 et 90 %) de l'impédance série du transformateur élévateur, V_c est la tension en un point fictif situé entre le jeu de barres de la machine et le jeu de barres réseau correspondant. La chute de tension dans le transformateur élévateur est donc partiellement compensée et la tension du réseau est mieux régulée.

Dans ce qui suit, nous considérons $Z_c = 0$ pour simplifier.

10.2.2 Limiteur de courant rotorique (ou de sur-excitation)

Comme on l'a vu au chapitre 8, une machine synchrone doit fonctionner à l'intérieur de certaines limites, spécifiées par ses courbes de capacité. Dans cette section, nous nous intéressons à la limitation du courant rotorique.

En réponse à une perturbation importante, tel un court-circuit, il importe de laisser le régulateur de tension et l'excitatrice fournir un courant d'excitation élevé afin de soutenir la tension du réseau. Dans de telles circonstances, la tension d'excitation peut croître rapidement jusqu'à une valeur "de plafond" et le courant d'excitation peut atteindre une valeur de l'ordre de $2 I_{fmax}$, où I_{fmax} est le courant maximal admissible en permanence.

Une telle valeur ne peut être tolérée pendant plus de quelques secondes, sous peine de détériorer l'enroulement d'excitation. Toutefois, étant donné que l'échauffement est proportionnel à $\int i^2 dt$, une surcharge plus petite pourra être tolérée plus longtemps. Cette capacité de surcharge est illustrée par la courbe de la figure 10.3, donnant la relation entre le courant et la durée admise pour celui-ci. Une telle caractéristique est dite à *temps inverse*.

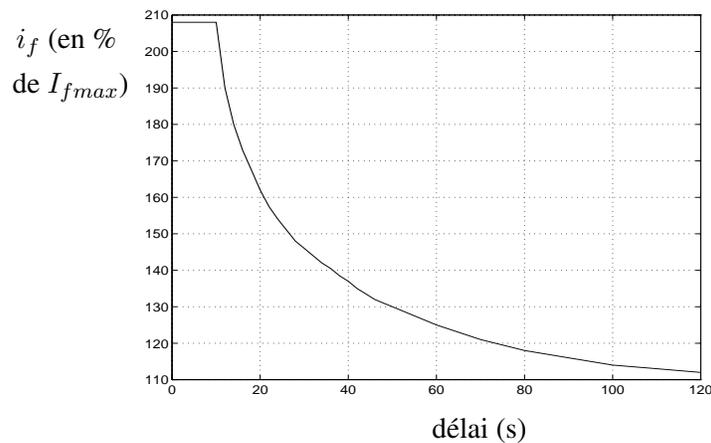


FIGURE 10.3 – relation entre le courant rotorique et la durée admise pour celui-ci (norme ANSI)

Une fois le délai de surcharge écoulé, le courant rotorique doit être diminué. Deux techniques peuvent être utilisées à cette fin :

1. la première (branche 1 en pointillé à la figure 10.2) consiste à commander l’excitatrice par le plus petit des signaux fournis, respectivement, par le régulateur de tension et par le limiteur. Ceci “ouvre” donc la boucle de rétroaction de la tension V ;
2. dans la seconde technique (branche 2 à la figure 10.2), le limiteur injecte un signal de correction au point de sommation du régulateur. En temps normal, ce signal est nul tandis que lorsque le limiteur agit, il est tel que le courant d’excitation est ramené à la limite désirée. Ceci peut être vu comme une diminution de la consigne V_o telle que le courant d’excitation reste au niveau désiré. Avec cette technique, la protection de l’enroulement d’excitation repose encore sur le régulateur de tension.

Généralement le régulateur de tension reprend automatiquement le contrôle dès que les conditions de fonctionnement le permettent, par exemple suite à une intervention dans le réseau.

10.2.3 Limiteur de courant statorique

Les limiteurs de courant statorique ne sont pas aussi répandus que les limiteurs rotoriques. La raison principale est la plus grande inertie thermique du stator, qui autorise une action plus lente, par l’opérateur en centrale. Ce dernier réagira à une alarme de surcharge statorique, soit en diminuant la consigne V_o (ce qui réduit la production de puissance réactive) soit en réduisant la puissance active produite.

Certains générateurs sont néanmoins dotés de limiteurs automatiques de courant statorique qui agissent sur le système d’excitation de la façon décrite pour le rotor.

10.3 Réponse à une perturbation d'une machine synchrone régulée en tension

Considérons pour simplifier une machine :

- à rotor lisse, avec une réactance synchrone X
- dont on néglige la saturation et la résistance statorique ($R_a = 0$) ;
- dont la régulation de tension serait infiniment précise, de sorte que la tension V aux bornes de la machine peut être supposée constante en régime établi ;
- dont la puissance active produite P est constante, étant donné que nous nous intéressons ici à la régulation de tension et à la puissance réactive.

Nous allons considérer la réaction de la machine à une perturbation extérieure.

Considérons d'abord ce qui se passe dans le réseau. La figure 10.4 montre la caractéristique QV du réseau vu des bornes de la machine, approximée par la droite inclinée numérotée 1. Sous l'hypothèse énoncée plus haut, la caractéristique QV de la machine est simplement une horizontale. Le point de fonctionnement du système est l'intersection de la caractéristique de la machine et de celle du réseau. C'est le point A à la figure 10.4.

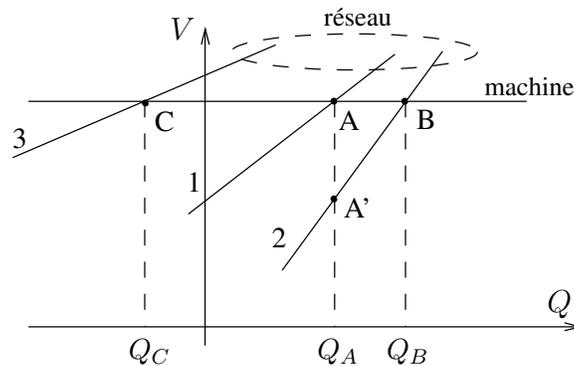


FIGURE 10.4 – caractéristiques QV du réseau et du générateur régulé en tension

Supposons qu'une perturbation survienne dans le réseau modifiant sa caractéristique de 1 en 2. Si la machine produisait une puissance réactive constante Q_A , le nouveau point de fonctionnement serait A' et la tension aux bornes de la machine tomberait. Cependant, sous l'effet de la régulation, le nouveau point de fonctionnement est B. Le maintien de la tension requiert que la machine produise davantage de puissance réactive ($Q_B > Q_A$).

De même, une perturbation qui ferait passer de la caractéristique 1 à la caractéristique 3 causerait un accroissement de tension si la machine produisait une puissance réactive constante mais, sous l'effet de la régulation, le nouveau point de fonctionnement est C, où la machine produit moins de puissance réactive ($Q_C < Q_A$).

Considérons à présent ce qui se passe à l'intérieur de la machine régulée. Le diagramme de phaseur simplifié est donné à la figure 10.5. Sous l'hypothèse d'une régulation de tension parfaite, nous supposons que \vec{V} est constant.

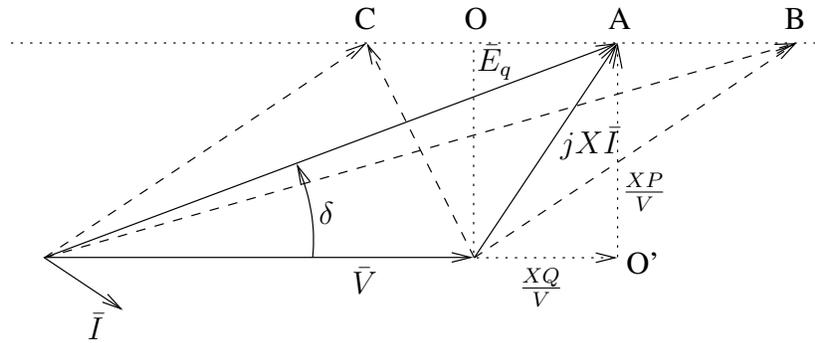


FIGURE 10.5 – diagramme de phaseur d'une machine sous contrôle d'un régulateur de tension parfait ($R_a = 0$)

Dans ce diagramme, la projection de $jX\bar{I}$ sur l'axe de \bar{V} vaut :

$$XI_Q = \frac{XQ}{V}$$

et sur la perpendiculaire à cet axe :

$$XI_P = \frac{XP}{V}$$

P et V étant constants, l'extrémité du vecteur $jX\bar{I}$ doit donc se déplacer sur une parallèle à \bar{V} .

Le point 0 correspond à une production de puissance réactive nulle par la machine. Lorsque le phaseur \bar{E}_q aboutit à droite (resp. à gauche) du point 0, on parle de *fonctionnement en sur-excitation* (resp. *sous-excitation*).

Les diagrammes de phaseur correspondant aux points de fonctionnement A, B et C de la figure 10.4 sont repérés à la figure 10.5. En réponse à la première perturbation, l'extrémité du vecteur \bar{E}_q se déplace vers la droite. L'amplitude E_q de cette f.e.m. et donc le courant d'excitation i_f augmentent sous l'action du régulateur. En réponse à la seconde perturbation, E_q et donc le courant d'excitation i_f diminuent sous l'action du régulateur.

10.4 Courbes QV d'une machine synchrone

10.4.1 Machine sous contrôle du régulateur de tension

Dans la section précédente, nous avons supposé, pour simplifier, qu'en régime établi la tension aux bornes de la machine était maintenue constante par le régulateur de tension, quelle que soit la puissance réactive produite ou consommée. Dans cette section nous analysons un peu plus en détail l'influence de la puissance réactive sur la tension.

Deux modèles génériques simplifiés de systèmes d'excitation sont donnés aux figures 10.6 et 10.7. Dans ces schémas, chaque variable est en per unit ; elle a été divisée par une base qui est la valeur qu'elle prend en un point de fonctionnement spécifié.

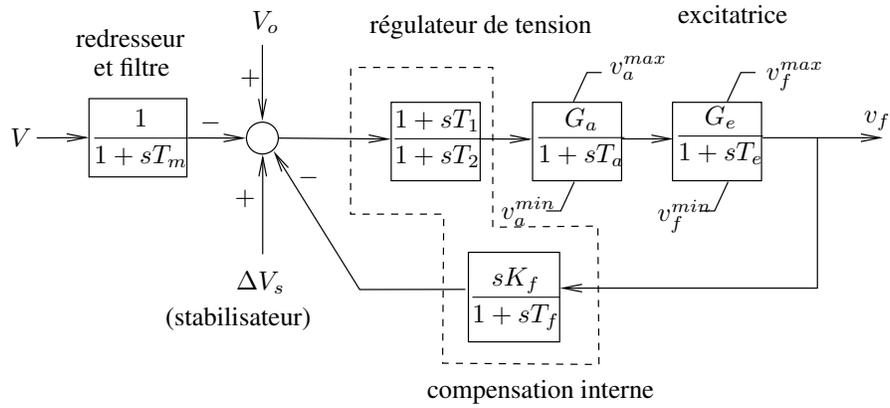


FIGURE 10.6 – modèle générique simplifié d'un système d'excitation ; premier type

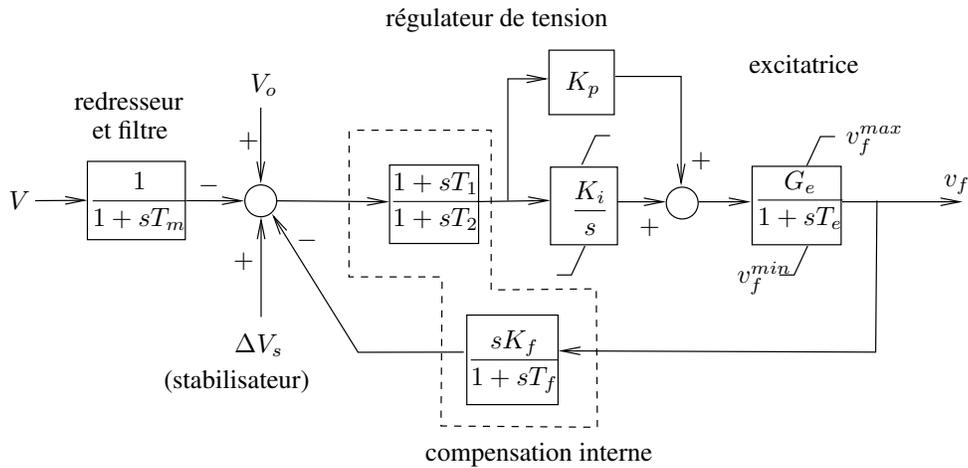


FIGURE 10.7 – modèle générique simplifié d'un système d'excitation ; second type

T_m est la constante de temps relative au redresseur et au filtre. Les blocs marqués “compensation interne” sont destinés à procurer une réponse dynamique satisfaisante à l'ensemble régulateur-excitatrice-générateur. On considère généralement la réponse indicielle, à savoir l'évolution de la tension V suite à une variation en échelon de la consigne V_o , le générateur fonctionnant à vide. On ajuste la compensation de manière à obtenir le temps d'établissement, le taux de dépassement et l'erreur statique souhaités. En pratique, on utilise soit la compensation en boucle directe $\frac{1+sT_1}{1+sT_2}$, soit celle en boucle de retour $\frac{-sK_f}{1+sT_f}$. G_a (resp. T_a) est le gain (resp. la constante de temps) du régulateur de tension. G_e (resp. T_e) est le gain (resp. la constante de temps) de l'excitatrice, représentée ici très simplement.

Dans le cas de la figure 10.6, en régime établi, on a (pour $s = 0$) :

$$v_f = G_a G_e (V_o - V) \quad (10.1)$$

ce qui conduit à une erreur statique, car $v_f \neq 0$ implique $V \neq V_o$. Le gain statique en boucle ouverte $G = G_a G_e$ vaut entre 20 et 200 pu/pu en pratique, les valeurs faibles sont généralement observées dans les systèmes d'excitation plus anciens.

Dans le système d'excitation de la figure 10.7, le régulateur de tension est du type proportionnel-intégral ($K_p, K_i > 0$). En régime établi l'entrée du bloc intégral est nulle, ce qui donne simple-

ment :

$$V = V_o \quad (10.2)$$

Il s'avère donc que l'hypothèse de tension constante faite à la section 10.3 est exacte dans ce cas.

Le reste de cette section se rapporte au cas de la figure 10.6, que l'on rencontre très fréquemment en pratique.

En exprimant la relation entre E_q et v_f , on obtient :

$$E_q = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2}} i_f = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2} R_f} v_f = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2} R_f} G_a G_e (V_o - V) \quad (10.3)$$

Le diagramme de phaseur de la figure 10.5 donne par ailleurs :

$$E_q^2 = \left(V + X \frac{Q}{V} \right)^2 + \left(X \frac{P}{V} \right)^2 \quad (10.4)$$

Le comportement en régime établi de la machine régulée en tension s'obtient en remplaçant E_q par l'expression (10.3) dans l'équation (10.4). Ceci permet de déterminer la caractéristique QV de la machine. Un exemple est donné à la figure 10.8 pour une machine avec $X = 2.2$ pu. Deux valeurs du gain G et deux niveaux de production active P ont été considérés. Les puissances active et réactive sont en per unit dans la base de la machine. Pour chacune des quatre combinaisons, la consigne V_o a été calculée de manière à ce que la machine ne produise pas de puissance réactive sous une tension terminale de 1 pu ; c'est pourquoi les quatre courbes passent par le même point, et ce à des fins de comparaison.

Les courbes montrent une légère chute de la tension au fur et à mesure que la puissance réactive produite augmente. Ceci provient de l'erreur statique introduite par le régulateur proportionnel. La chute de tension est évidemment plus prononcée pour des gains G faibles. La pente de la caractéristique QV n'est que faiblement influencée par la puissance active produite.

10.4.2 Machine en limite de courant rotorique ou statorique

La figure 10.9 montre les courbes QV relatives à un turbo-alternateur d'une puissance nominale apparente de 1200 MVA, dont la turbine a une puissance nominale de 1020 MW. On distingue :

- en trait pointillé court, la courbe QV relative au fonctionnement sous contrôle du régulateur de tension, établie comme expliqué à la section précédente ;
- en trait plein, les courbes QV relatives à la limite de courant rotorique, pour trois niveaux de puissance active. On voit qu'en limite de courant rotorique, la production réactive du générateur varie quelque peu avec la tension ;
- en trait pointillé long, les courbes QV correspondant au courant statorique nominal I_N . Elles correspondent à la relation (en per unit) :

$$S = VI_N = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{(VI_N)^2 - P^2}. \quad (10.5)$$

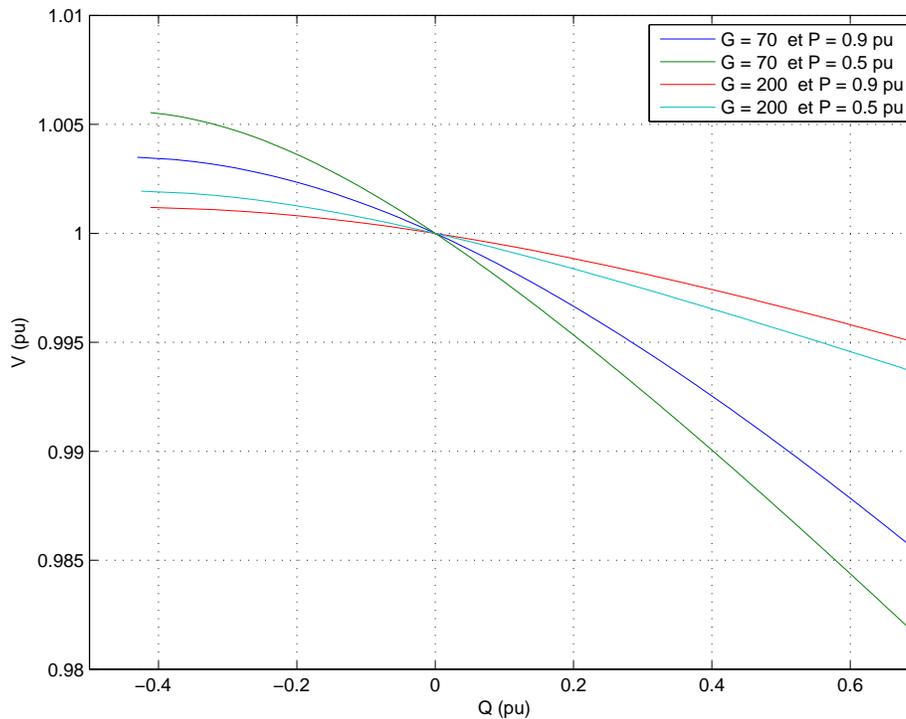


FIGURE 10.8 – caractéristiques QV d'un générateur sous contrôle de son régulateur de tension

Considérons d'abord le cas d'une production de 765 MW et supposons que la caractéristique de réseau soit la droite numérotée 1. Le point de fonctionnement du système est A, à l'intersection des caractéristiques du réseau et du générateur.

Une première perturbation fait passer la caractéristique du réseau de la courbe 1 à la courbe 2. Le nouveau point de fonctionnement du système est B. En ce point, le générateur est toujours sous contrôle du régulateur de tension. La tension reste très proche de sa valeur avant incident tandis que la production de puissance réactive augmente en réaction à la perturbation.

Une seconde perturbation fait passer la caractéristique du réseau de la droite 2 à la droite 3. Le point de fonctionnement se déplace de B en C. Toutefois, en ce point, le courant rotorique est supérieur à la limite permise. Sous l'action du limiteur, la caractéristique du générateur se modifie et le point de fonctionnement qui en résulte est C'. La machine n'est plus contrôlée en tension.

Dans le cas d'une production de 1020 MW, la seconde perturbation entraîne le dépassement de la limite statorique, plus contraignante que la limite rotorique. Si le courant statorique est ramené à la valeur maximale permise (par l'opérateur ou par un dispositif limiteur), la chute de tension est plus sévère que dans le premier cas.

Dans les situations extrêmes où la tension du générateur passe en limite décroît fortement, les auxiliaires de la centrale (p.ex. les moteurs des pompes) risquant de ne plus être alimentés correctement, une protection de sous-tension déclenche le générateur. La perte correspondante des productions active et réactive risque d'aggraver la situation. Une telle protection ne doit donc pas être réglée à un seuil de tension trop élevé sous peine de déclencher la machine dans une situation d'urgence où l'on en a précisément besoin pour soutenir le réseau.

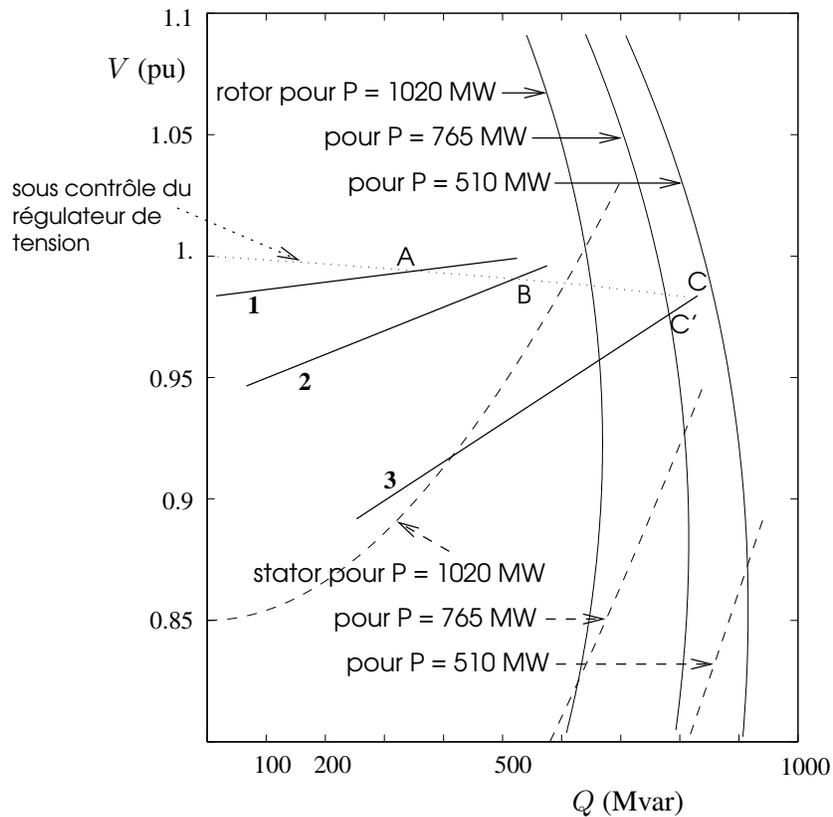


FIGURE 10.9 – caractéristiques QV du réseau et du générateur

10.5 Limite de sous-excitation d'une machine synchrone

La limite de sous-excitation a été mentionnée dans la section relative aux courbes de capacité de la machine synchrone. Nous revenons plus en détail sur cette limite.

La figure 10.10 reproduit le diagramme de phaseur de la figure 10.5 pour un fonctionnement en sous-excitation. Plus la machine absorbe de puissance réactive, plus l'extrémité du phaseur \vec{E}_q se déplace vers la gauche, en passant par exemple par les points N, M et L. Au fur et à mesure, l'angle interne δ augmente.

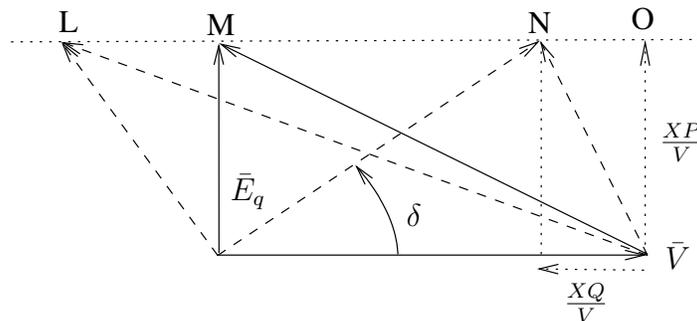


FIGURE 10.10 – diagramme de phaseur lors du fonctionnement en sous-excitation

Le point M possède les caractéristiques suivantes :

- E_q (et donc le courant d'excitation) y est minimum parmi tous les points de fonctionnement correspondant à la tension V et la puissance active P considérées. Le minimum vaut :

$$E_q^{min} = \frac{XP}{V} \quad (10.6)$$

- l'angle interne δ atteint 90 degrés ;
- La puissance réactive est telle que :

$$X \frac{Q}{V} = -V \quad \Leftrightarrow \quad Q = -\frac{V^2}{X} \quad (10.7)$$

Considérons à présent le point L, situé à gauche de M. Si la machine fonctionnait à *excitation constante* (donc à E_q constant), ce point de fonctionnement serait instable et la machine perdrait le synchronisme. Sous l'action du régulateur de tension, le fonctionnement reste stable³. En théorie, la machine pourrait fonctionner en ce point. Toutefois, si le régulateur de tension venait à avoir une défaillance et que la machine repassait à excitation constante, elle deviendrait instable.

Par ailleurs, il y a un risque à fonctionner au voisinage du point M. En effet si une défaillance du système d'excitation faisait passer E_q (même légèrement) sous la valeur E_q^{min} donnée par (10.6) la machine perdrait le synchronisme. En fait, le couple électromagnétique T_e deviendrait trop faible, suite à la diminution du courant d'excitation. En pratique, cette situation est détectée par une protection "de perte d'excitation"⁴ qui déclenche la machine pour empêcher qu'elle soit endommagée en perdant le synchronisme.

Les considérations qui précèdent conduisent à interdire les points de fonctionnement non seulement à gauche du point M mais également au voisinage de ce dernier, et à ménager une marge de sécurité par rapport à ce dernier. C'est le rôle du limiteur de sous-excitation.

Une manière de garantir cette marge de sécurité consiste à limiter l'angle rotorique à une valeur δ_{max} inférieure à 90 degrés (par exemple, 75 degrés).

La courbe de capacité correspondant à $\delta = \delta_{max}$ s'obtient aisément à partir du diagramme de phaseur de la figure 10.5. La projection de celui-ci sur \bar{V} et sur sa perpendiculaire donne :

$$\begin{aligned} E_q \cos \delta_{max} &= V + X \frac{Q}{V} \\ E_q \sin \delta_{max} &= X \frac{P}{V} \end{aligned}$$

En divisant la seconde équation par la première, on obtient :

$$\text{tg } \delta_{max} = \frac{X \frac{P}{V}}{V + X \frac{Q}{V}} = \frac{P}{\frac{V^2}{X} + Q}$$

ou encore :

$$P = \text{tg } \delta_{max} \left(Q + \frac{V^2}{X} \right)$$

3. à condition de ne pas s'éloigner trop du point M, ce qui peut donner naissance à des oscillations non amorties, dont l'analyse dépasse le cadre de cours

4. en anglais : loss of field

La courbe de capacité correspondante est une droite de coefficient angulaire $\text{tg } \delta_{max}$ passant par le point $(-V^2/X, 0)$. Elle est représentée à la figure 10.11.

Le limiteur de sous-excitation empêche le fonctionnement à gauche de cette limite. Il agit via une des deux techniques déjà décrites à la section 10.2.2 au sujet du limiteur de sur-excitation.

Lorsque cette limite en sous-excitation est active, la tension aux bornes de la machine n'est plus régulée et va avoir tendance à augmenter.

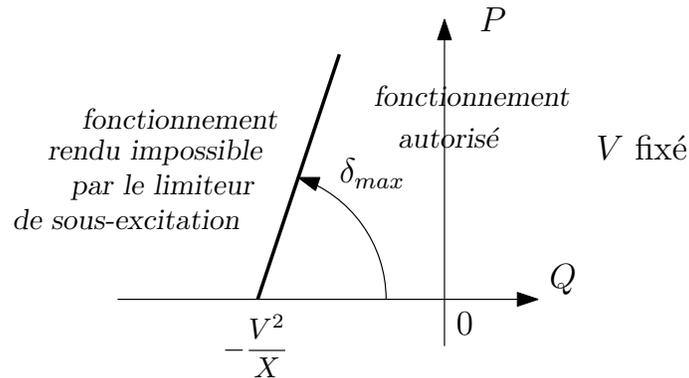


FIGURE 10.11 – courbes de capacité : limite de puissance réactive en sous-excitation

10.6 Compensateurs synchrones

Un compensateur synchrone est une machine synchrone équipée d'un régulateur de tension et utilisée seulement pour réguler la tension en un point d'un réseau.

Une telle machine est capable de produire ou d'absorber de la puissance réactive, selon nécessité. Par contre, elle n'est pas équipée de turbine et ne fournit pas de puissance active. Elle fonctionne en fait comme un moteur synchrone qui n'entraîne aucune charge mécanique. Elle consomme donc une faible puissance active correspondant aux pertes Joule statoriques et aux frottements mécaniques.

Le diagramme de phaseur de la figure 10.5 se simplifie et devient celui de la figure 10.12, qui montre séparément les fonctionnements en sur-excitation et sous-excitation.

Au lieu d'installer des compensateurs synchrones on opte plutôt à l'heure actuelle pour des compensateurs statiques, qui font appel à l'électronique de puissance.

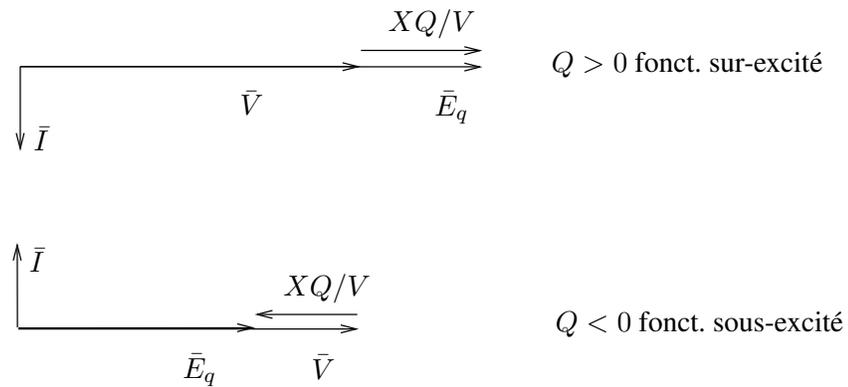


FIGURE 10.12 – diagramme de phaseur d’un compensateur synchrone ($R_a = 0$)

10.7 Compensateurs statiques de puissance réactive

10.7.1 Usage

Les compensateurs statiques de puissance réactive (en abrégé, compensateurs statiques⁵) sont des dispositifs rapides d’injection de puissance réactive faisant appel à l’électronique de puissance.

On les rencontre d’abord comme éléments de compensation dynamique des charges, où ils servent :

- à équilibrer des charges présentant un déséquilibre entre phases
- à stabiliser la tension aux bornes d’une charge variant rapidement (fours à arc, laminoirs, etc. . .). Ces variations peuvent donner lieu au “flicker de tension”, fluctuation d’une fréquence entre 2 et 10 Hz qui cause le “papillotement” des lampes à incandescence et perturbe appareils électroniques, téléviseurs, etc. . .

Dans ce cours, c’est aux applications réseau que nous nous intéressons. Dans ce contexte, les compensateurs statiques sont utilisés :

- pour maintenir quasi constantes les tensions en certains noeuds
- pour améliorer la stabilité de fonctionnement.

Les compensateurs statiques constituent la première génération de dispositifs FACTS⁶, apparus à la fin des années 70.

Les compensateurs statiques font appel au *thyristor*, composant électronique utilisé comme interrupteur. Son symbole est donné à la figure 10.13. Il fonctionne selon le principe suivant :

- le thyristor laisse passer le courant quand l’anode est à un potentiel électrique supérieur à la cathode ($v_A - v_C > 0$) et si une impulsion de tension est envoyée sur la gachette (cette impulsion est donnée par le circuit de commande, indépendant mais synchronisé sur la partie puissance) ;
- lorsque le courant veut changer de sens, le thyristor se bloque et le courant ne peut plus passer.

5. en anglais : Static Var Compensators (SVC)

6. Flexible Alternating Current Transmission Systems

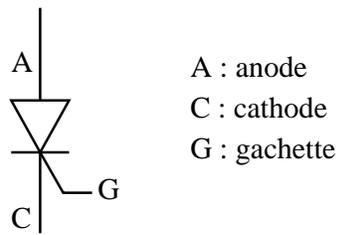


FIGURE 10.13 – thyristor

10.7.2 TSC : principe

Le premier type de compensateur statique est le *Thyristor Switched Capacitor* (TSC) dont le schéma de principe est donné à la figure 10.14.

Le TSC est constitué d'un certain nombre de condensateurs shunt en parallèle, chacun doté d'un interrupteur bidirectionnel à thyristors. Lorsque la tension au jeu de barres HT diminue (resp. augmente), le nombre de condensateurs mis en service augmente (resp. diminue). La variation est donc typiquement par paliers. La logique de contrôle comporte une bande morte dans laquelle il n'y a pas de réaction du dispositif.

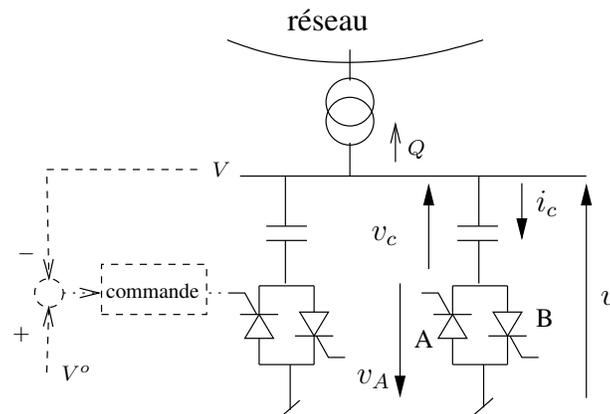


FIGURE 10.14 – schéma de principe d'un TSC

Le processus de commutation d'un TSC est illustré à la figure 10.15.

En $t = 0$, le thyristor B est en train de conduire. Le courant i_c qui traverse le condensateur est en avance de 90° sur la tension v_c à ses bornes, qui est aussi la tension v du réseau (cf fig. 10.14). A l'instant t_1 , le courant s'annule et le thyristor B se bloque. Dans les instants qui suivent immédiatement t_1 , le condensateur reste chargé à la tension de crête V_{max} , tandis que la tension v du réseau diminue. La tension v_A aux bornes du thyristor A (cf fig. 10.14) valant $v_c - v > 0$, ce dernier est polarisé dans le bon sens pour la conduction. L'envoi d'un signal sur sa gachette le fait conduire. Il importe de ne pas attendre pour envoyer ce signal, car la différence de tension aux bornes du thyristor est en train d'augmenter et sa commutation créerait alors un courant transitoire important. En pratique, on ne peut empêcher complètement ce dernier ; c'est la raison pour laquelle

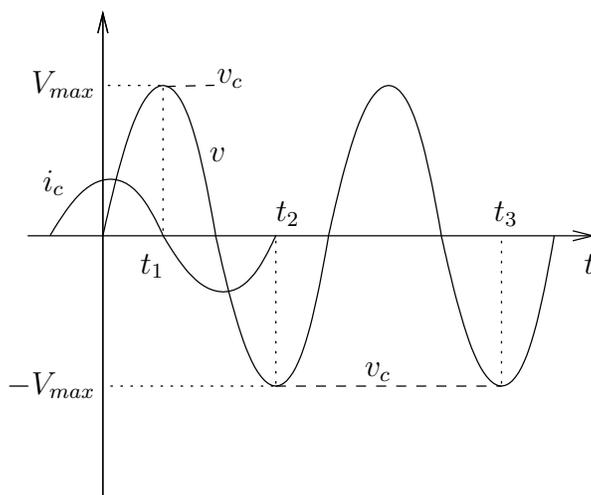


FIGURE 10.15 – commutation dans un TSC

on place en série avec le condensateur une faible inductance, qui n'est pas représentée à la figure 10.14.

Le thyristor A se bloque à l'instant t_2 . Si l'on suppose qu'à cet instant on désire mettre le condensateur hors service, on n'envoie pas de commande sur la gachette du thyristor B. Ce faisant, le condensateur reste chargé à la tension $-V_{max}$. On pourra le remettre en service au plus tôt à l'instant t_3 , quand la tension v du réseau sera à nouveau égale à $-V_{max}$ ⁷. En conclusion, la commutation du condensateur ne peut se faire qu'à des multiples entiers de la demi-période.

10.7.3 TCR : principe

Le second type de compensateur statique est le *Thyristor Controlled Reactor* (TCR) dont le schéma de principe est donné à la figure 10.16.

Dans un TCR, on retarde l'instant d'allumage des thyristors placés en série avec l'inductance, comme représenté à la figure 10.17. Dans cette figure, α est l'*angle de retard à l'allumage* mesuré par rapport au zéro de tension, tandis que σ est l'*angle de conduction*. Ce dernier peut varier de 180 à 0 degrés.

Pour différentes valeurs de σ , on obtient les ondes de courant montrées à la figure 10.18. Un développement en série de Fourier de ce signal périodique montre que l'amplitude de la fondamentale (50 ou 60 Hz) vaut :

$$I_{fond} = \frac{V}{\omega L} \frac{\sigma - \sin \sigma}{\pi} \quad (10.8)$$

où σ est exprimé en radians. Quand on fait varier σ de π à 0, I_{fond} varie de $V/\omega L$ à zéro, ce qui revient à considérer que l'on a une inductance variant entre L et l'infini. Le TCR se comporte donc comme une inductance continûment variable.

7. notons qu'en pratique, si l'on attend suffisamment longtemps, le condensateur finit par se décharger, ce qui complique le choix de l'instant de commutation

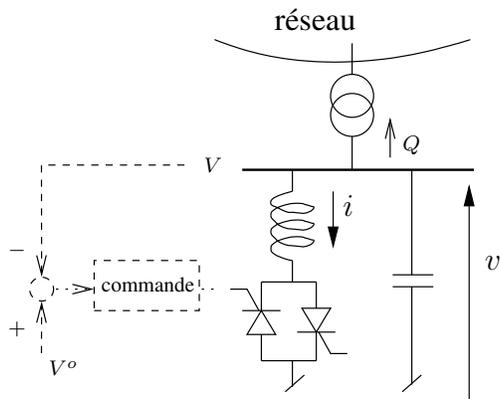


FIGURE 10.16 – schéma de principe d'un TCR

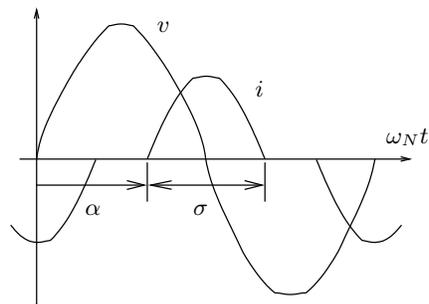


FIGURE 10.17 – retard à l'allumage dans un TCR

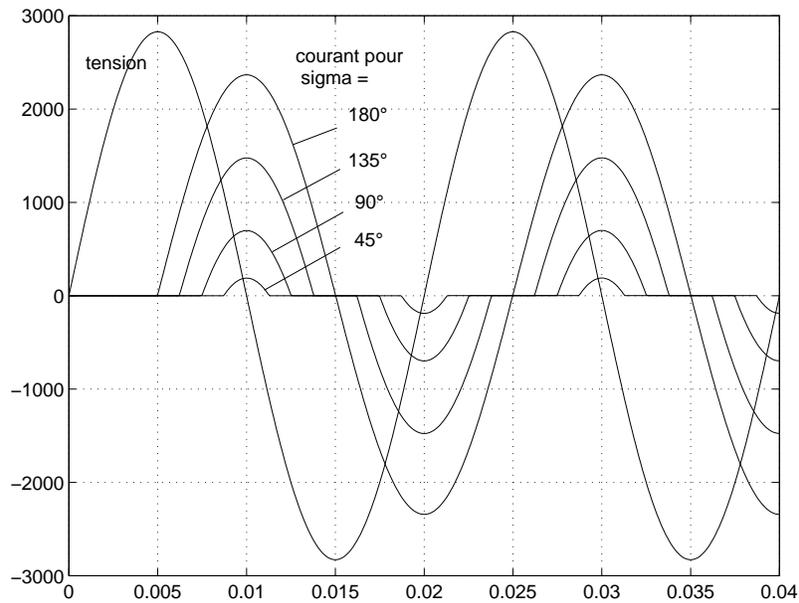


FIGURE 10.18 – ondes de tension et de courant dans un TCR pour différentes valeurs de σ

Ceci permet de faire varier l'absorption de puissance réactive. Pour obtenir un dispositif pouvant produire de la puissance réactive, on place un condensateur fixe en parallèle avec l'inductance variable. La production réactive de l'ensemble est maximale quand les thyristors ne conduisent pas ; elle est minimale lorsqu'ils conduisent en permanence. En général, la plage de variation va de l'absorption à la production.

Contrairement au TSC, le TCR permet un réglage continu de la susceptance mais il génère des harmoniques, qui doivent être filtrés. L'onde de courant étant symétrique dans le temps, elle ne contient que des harmoniques d'ordre impair. Ceux-ci peuvent être filtrés comme suit :

- pour obtenir un système triphasé, trois TCR monophasés sont montés en triangle, conformément au schéma de la figure 10.19(a). Dans ce montage, les trois phases étant équilibrées, les harmoniques de rang 3, 6, 9, etc... circulent dans le triangle et les courants de ligne en sont exempts. A titre indicatif, la figure 10.20 montre l'évolution des courants dans deux branches du triangle et dans la ligne incidente à ces deux branches. Les autres harmoniques (de rang 5, 7, 11, etc...) sont éliminés au moyen de filtres (qui représentent une partie importante de l'investissement).
- on peut éliminer les harmoniques de rang 5 et 7 en utilisant deux systèmes triphasés de même puissance, connectés aux enroulements secondaires d'un transformateur à trois enroulements, l'un étant monté en triangle et l'autre en étoile (cf figure 10.19(b)). Grâce au déphasage de 30 degrés entre tensions secondaires, les courants de ligne au primaire sont exempts des harmoniques 5 et 7 ; les autres harmoniques sont éliminés avec des filtres plus simples.

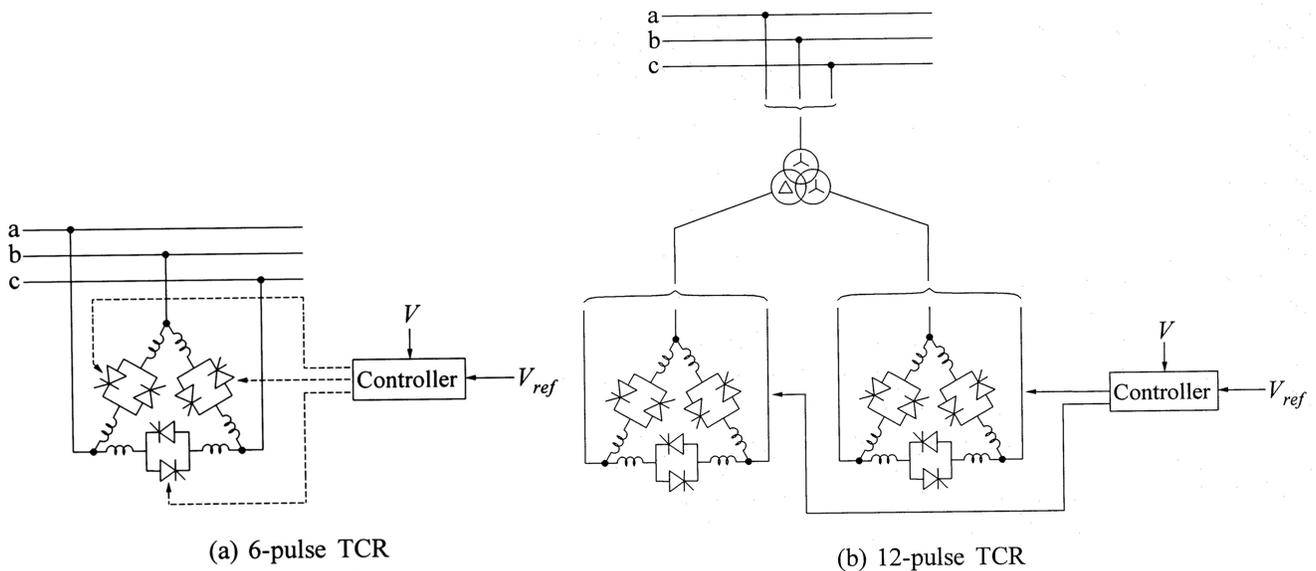


FIGURE 10.19 – montages des TCR pour éliminer les principaux harmoniques

Mentionnons que l'on peut combiner au sein d'un même compensateur le TCR, le TSC, des capacités commutables par disjoncteurs et des capacités fixes. En anglais, un tel ensemble est appelé *Static Var System*.

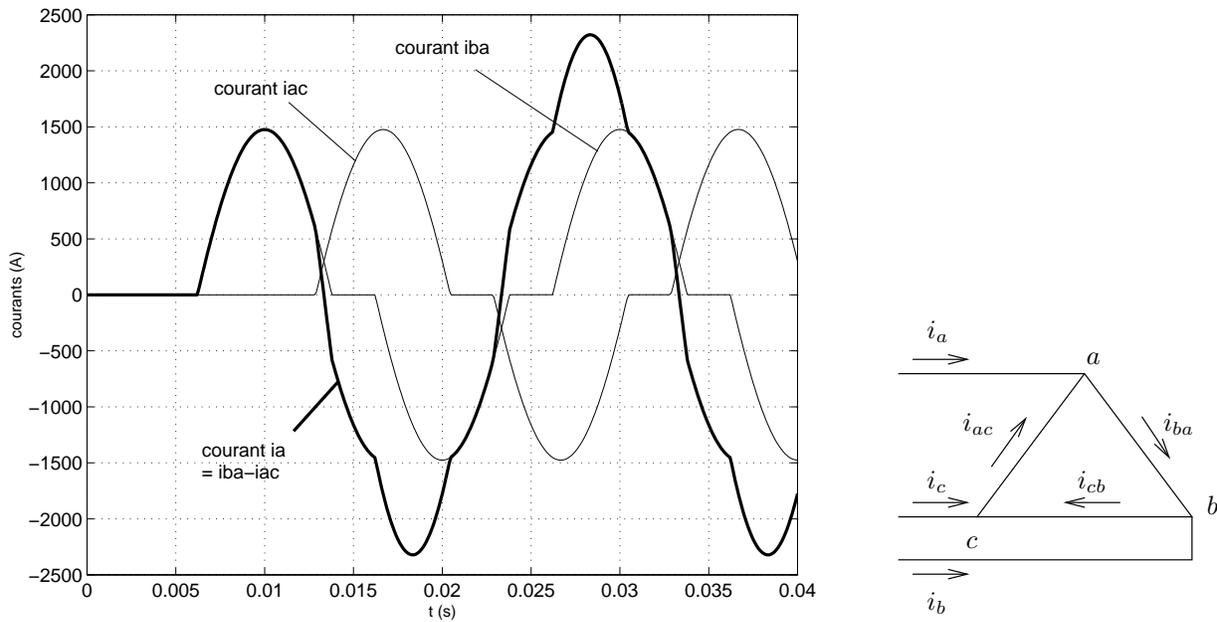


FIGURE 10.20 – ondes de courant dans un TCR

10.7.4 Schéma bloc et puissance nominale

Le schéma-bloc du TCR, relatif au fonctionnement *en régime établi*, est donné à la figure 10.21. La valeur efficace V de la tension au jeu de barres du réseau est mesurée et comparée à la consigne V_o . La différence est amplifiée et sert à commander les thyristors. Les limites $-1/(\omega L)$ et 0 correspondent aux conditions de conduction limites des thyristors, tandis que $B_C = \omega C$ est la susceptance du condensateur en parallèle. B est la susceptance de l'ensemble.

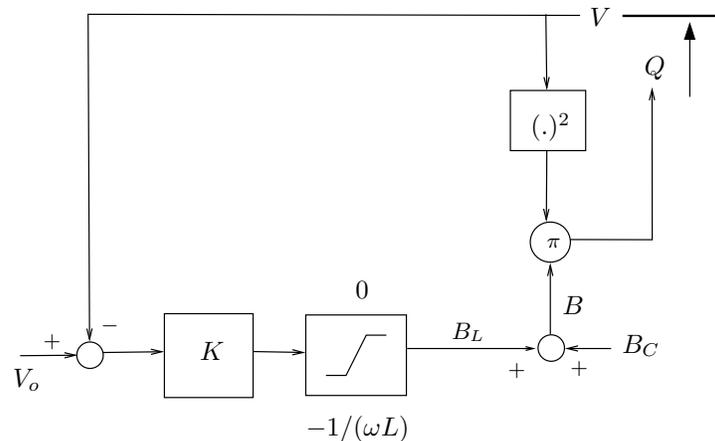


FIGURE 10.21 – schéma-bloc statique du TCR

La puissance nominale du compensateur est donnée par :

$$Q_{nom} = \max\left(\left|B_C - \frac{1}{\omega L}\right|, B_C\right) \cdot U_{nom}^2 \quad (10.9)$$

où U_{nom} est la tension nominale entre phases du jeu de barres. Dans de nombreux cas, l'appareil est destiné à produire plus de puissance réactive qu'à en consommer. Dans ce cas (10.9) devient :

$$Q_{nom} = B_C U_{nom}^2 \quad (10.10)$$

Les paramètres sont usuellement fournis en per unit dans la base $(U_{nom}/\sqrt{3}, Q_{nom})$. Dans cette base et en supposant que (10.10) s'applique, on a simplement : $B_C = 1$ pu. Dans cette même base, K vaut de 25 à 100 pu/pu.

10.7.5 Caractéristique QV et régulation de tension

Un exemple de caractéristique QV est donné à la figure 10.22. Le système per unit précité a été utilisé ; dans l'exemple considéré, on a $B_C = 1$ pu et $B_C - \frac{1}{\omega L} = -0.3$ pu.

La plage de fonctionnement normal est la partie à faible pente, où la tension est contrôlée. Une vue agrandie de cette partie de la caractéristique est donnée à la figure 10.23, pour deux valeurs de K . Dans les deux cas, la consigne V_o a été choisie de manière à ce que le compensateur ne fournisse pas de puissance réactive sous $V = 1$ pu. On voit que la caractéristique peut être assimilée à un segment de droite.

Les autres parties de la caractéristique correspondent aux conditions de conduction limites des thyristors, soit respectivement $Q = (B_C - \frac{1}{\omega L})V^2 = -0.3V^2$ et $Q = B_C V^2 = V^2$.

La caractéristique complète est montrée en trait gras à la figure 10.22.

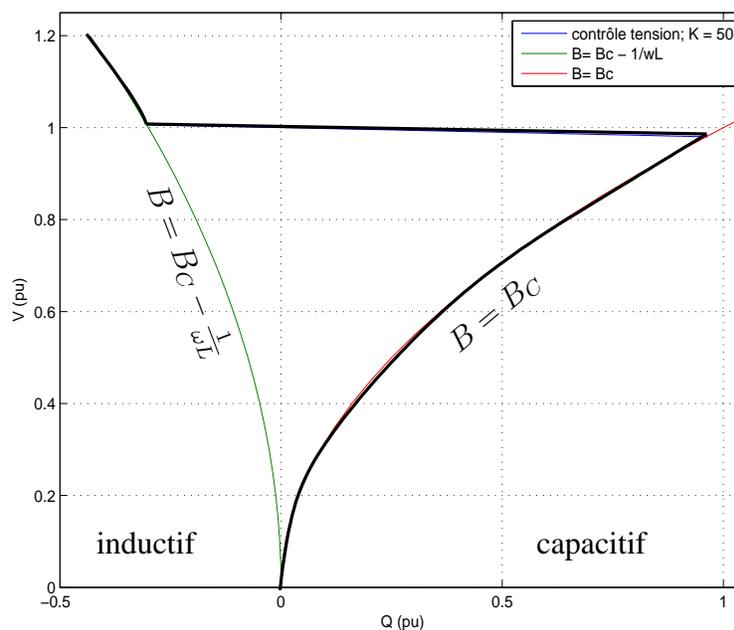


FIGURE 10.22 – caractéristique QV d'un compensateur statique

La figure 10.24, désormais familière, superpose la caractéristique du compensateur à celle du réseau vu du même jeu de barres, dans trois configurations différentes. Lors du passage de la

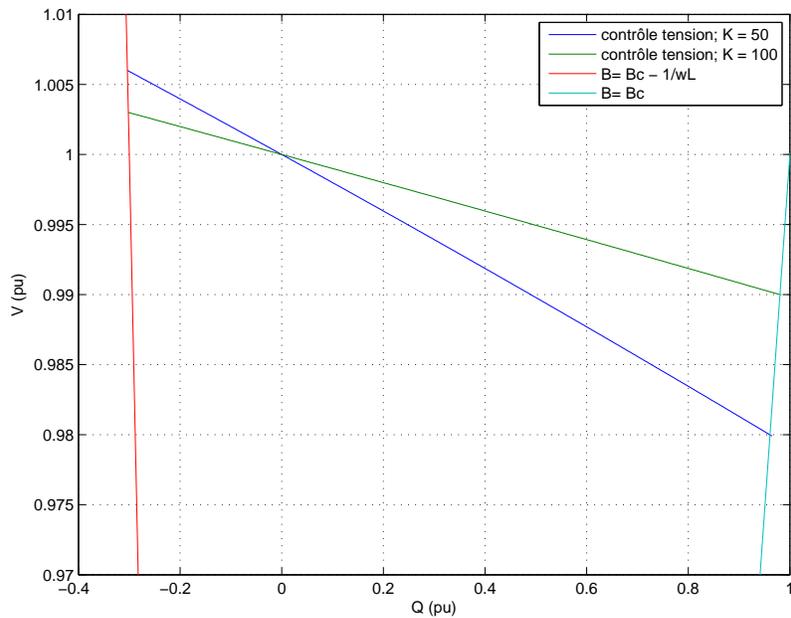


FIGURE 10.23 – vue agrandie de la figure 10.22 pour deux valeurs du gain K

caractéristique 1 à la caractéristique 2, le compensateur maintient la tension (presque) constante en produisant plus de puissance réactive. Si une perturbation plus importante conduit à la caractéristique 3, le compensateur entre en limite et se comporte alors comme un simple condensateur.

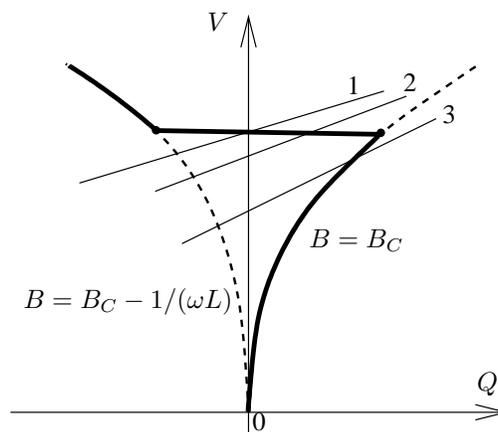


FIGURE 10.24 – principe de la régulation de tension par un compensateur statique

En fonctionnement normal, l'opérateur du centre de conduite (ou un système automatique) est usuellement chargé de maintenir la production réactive du compensateur dans un intervalle autour de zéro. L'objectif est de ménager une "marge de manoeuvre" sur le compensateur afin que celui-ci puisse répondre rapidement à des incidents. Pour corriger la production de réactif lorsqu'elle est sortie de l'intervalle spécifié, des condensateurs shunt peuvent être enclenchés ou déclenchés en parallèle avec le TCR. Ces manoeuvres peuvent effectuées via un dispositif TSC, ce qui conduit à combiner les montages TSC et TCR.

10.7.6 Comparaison avec un compensateur synchrone

Par rapport aux compensateurs synchrones, les compensateurs statiques présentent une plus grande vitesse de réponse, ne contribuent pas aux courants de court-circuit et sont d'un entretien plus aisé. Par contre, par construction, ils ne présentent pas de f.e.m. interne, ce qui diminue leur capacité à soutenir la tension en régime très perturbé.

Notons toutefois qu'il s'agit de dispositifs relativement coûteux, dont l'usage se justifie dans les cas où l'on a besoin d'une grande rapidité d'action et/ou une régulation précise. Dans les autres cas, il convient d'analyser si des condensateurs ou inductances shunt manoeuvrés par ouverture/fermeture de disjoncteur ne suffisent pas.

10.8 Régulation de tension par les régleurs en charge

10.8.1 Principe

Le procédé le plus couramment utilisé pour contrôler la tension dans les réseaux de tensions nominales inférieures (répartition, distribution) consiste à doter les transformateurs qui les alimentent de régleurs en charge automatiques. Ces derniers sont pilotés par un asservissement dont le rôle est de maintenir la tension du jeu de barres contrôlé au voisinage d'une consigne, en ajustant le rapport de transformation. De la sorte, les variations de tension au niveau supérieur sont corrigées.

On trouve de tels dispositifs sur les transformateurs qui alimentent les réseaux de distribution à Moyenne Tension (MT), où ils constituent le moyen le plus répandu de régler la tension. Les autres moyens sont les condensateurs shunt et les unités de production distribuées connectées sur le réseau MT. Le réglage de celles-ci n'est pas encore très répandu mais il est appelé à prendre de l'importance dans le futur, si l'on assiste au déploiement attendu des sources d'énergie renouvelable.

On rencontre également des transformateurs avec régleurs en charge automatiques entre les niveaux de transport (THT) et de répartition (HT). Là encore, ils constituent souvent le principal moyen de régler la tension en l'absence de générateurs⁸.

La figure 10.25 montre le schéma équivalent simplifié d'un transformateur alimentant le jeu de barres de départ d'un réseau de distribution. Le rapport r est ajusté automatiquement pour maintenir V_2 dans une *bande morte* $[V_2^0 - \epsilon, V_2^0 + \epsilon]$.

Dans le cas d'un réseau de distribution alimentant principalement des charges, la consigne V_2^0 est généralement choisie un peu supérieure à la tension nominale, de manière à compenser les chutes de tension le long des lignes et des câbles et alimenter le consommateur le plus éloigné du point de départ sous une tension encore correcte, garantie par le contrat de fourniture d'électricité.

Mentionnons que dans certains cas, au lieu du module V_2 de la tension MT, on fournit au régleur en charge le signal $|\bar{V}_2 - Z_c \bar{I}|$ où \bar{I} est le courant entrant dans le réseau de distribution (cf fig. 10.25)

8. typiquement, les centrales qui débitaient sur le réseau HT, du temps où ce dernier constituait l'ossature principale du réseau électrique, ont été remplacées par des centrales de plus grande puissance, débitant sur le réseau THT

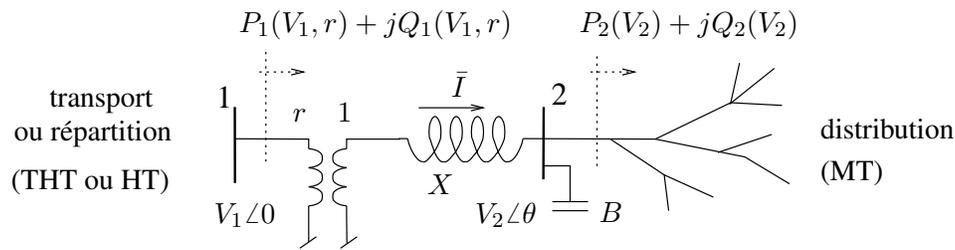


FIGURE 10.25 – réseau de distribution avec sa compensation shunt et son transformateur

et Z_c une impédance de compensation. De la sorte, la tension n'est pas réglée à la sortie du transformateur mais bien en un point situé "en aval", c'est-à-dire plus près des consommateurs situés en bout de réseau de distribution⁹.

Dans le cas d'un réseau de distribution hébergeant une quantité significative de sources de production distribuées, la puissance injectée par ces dernières peut induire des augmentations de tension le long des lignes et des câbles. Dans ce cas, il peut être opportun de choisir V_2^o un peu en dessous de la tension nominale, de manière à garder toutes les tensions dans la plage autorisée.

Les régleurs en charge agissent nettement plus lentement que les régulations décrites précédemment dans ce chapitre. Ils passent les prises une par une tant que la tension contrôlée reste en dehors de sa bande morte. Le délai minimum T_m pour passer une prise est d'origine mécanique ; il est de l'ordre de 5 s. Des délais supplémentaires, allant de quelques secondes à une ou deux minutes, sont intentionnellement ajoutés à T_m , de manière à éviter des passages de prises fréquents ou inutiles, cause d'usure de l'équipement. En particulier, suite à une perturbation, il importe de laisser s'éteindre les transitoires sur le réseau avant de corriger, si nécessaire, les tensions MT. Ces délais additionnels peuvent être fixes ou variables. Dans le second cas, on utilise souvent une caractéristique à temps inverse dans laquelle le délai est plus grand pour des erreurs de tension plus petites. Mentionnons également que très souvent le premier passage de prise s'effectue avec un délai plus important (p.ex. de 30 à 60 s) que les passages ultérieurs (p.ex. 10 s par prise). Enfin, dans le cas où il y a plusieurs niveaux de régleurs en charge en cascade, c'est le régleur de niveau de tension le plus élevé qui doit agir le premier, sous peine de créer des oscillations entre régleurs.

La limite inférieure du rapport de transformation r est de l'ordre de 0.85 - 0.90 pu/pu et la limite supérieure de l'ordre de 1.10 - 1.15 pu/pu. Le pas de variation Δr est quant à lui de l'ordre de 0.005 - 0.015 pu/pu. Pour éviter que le régleur en charge n'agisse trop souvent, il est fréquent que $2\epsilon > \Delta r$; dans ce cas, il y a deux positions de réglage possibles dans la bande morte.

10.8.2 Comportement d'un réseau de distribution contrôlé par un régleur en charge automatique

Dans cette section nous déterminons comment se comporte, vu du réseau de transport, un ensemble composé d'un réseau de distribution, de sa compensation shunt (destinée à améliorer le facteur de puissance) et de son transformateur avec régleur en charge.

9. Cette technique s'apparente à celle consistant à compenser une partie de l'impédance du transformateur élévateur d'un générateur synchrone

Revenons à la figure 10.25. Supposons que la charge totale vue du jeu de barres MT se comporte selon le *modèle à exposants* :

$$P_2(V_2) = P^o \left(\frac{V_2}{V_2^o} \right)^\alpha \quad Q_2(V_2) = Q^o \left(\frac{V_2}{V_2^o} \right)^\beta$$

où V_2^o est une tension de référence et P^o (resp. Q^o) est la puissance active (resp. réactive) consommée sous cette tension. Le choix de V_2^o est libre ; pour simplifier les développements, nous la prenons égale à la consigne de tension du régleur en charge. Les exposants α et β dépendent du type de charge. Ce modèle simple est très utilisé dans les études de grands réseaux.

En écrivant que la puissance sortant de la réactance X est égale à celle consommée par la charge, diminuée de la production du banc de condensateurs de susceptance B , on obtient :

$$P^o \left(\frac{V_2}{V_2^o} \right)^\alpha = -\frac{V_1 V_2}{r X} \sin \theta \quad (10.11)$$

$$Q^o \left(\frac{V_2}{V_2^o} \right)^\beta - B V_2^2 = -\frac{V_2^2}{X} + \frac{V_1 V_2}{r X} \cos \theta \quad (10.12)$$

où θ est la phase de la tension du noeud 2 par rapport à celle du noeud 1 (cf. fig. 10.25).

Pour des valeurs spécifiées de V_1 et de r , les relations (10.11, 10.12) constituent deux équations faisant intervenir deux inconnues, V_2 et θ . Ces équations doivent être résolues numériquement. De la solution, on déduit les puissances active et réactive fournies par le réseau de transport :

$$P_1 = -\frac{V_1 V_2}{r X} \sin \theta = P_2 \quad (10.13)$$

$$Q_1 = \frac{V_1^2}{r^2 X} - \frac{V_1 V_2}{r X} \cos \theta \quad (10.14)$$

En répétant ces opérations pour différentes valeurs de V_1 , ainsi que pour différentes valeurs de r , on obtient des courbes dont un exemple est donné ci-après.

Exemple numérique.

Considérons les caractéristiques suivantes :

- transformateur et régleur en charge : 30 MVA, $X = 0.14$ pu, $V_2^o = 1$ pu, $\epsilon = 0.01$ pu
- charge : $\alpha = 1.5$, $\beta = 2.4$, $P_2 = 20$ MW sous une tension de 1 pu, facteur de puissance sans compensation de 0.90 (inductif) sous une tension de 1 pu
- compensation : augmente le facteur de puissance à 0.96 (inductif) sous une tension de 1 pu.

En per unit dans la base $S_B = 100$ MVA :

- la réactance du transformateur vaut : $X = 0.14(100/30) = 0.467$ pu
- les coefficients de la charge valent : $P^o = 0.2$ pu et $Q^o = P^o \text{tg}(\arccos 0.90) = 0.097$ pu
- la susceptance du banc de condensateur est telle que :
 $B \cdot 1^2 = 0.097 - 0.2 \text{tg}(\arccos 0.96) = 0.039$ pu.

Les figures 10.26, 10.27 et 10.28 donne l'évolution avec V_1 de la tension V_2 et des puissances P_1 et Q_1 , pour différentes valeurs de r correspondant à différentes positions du régleur en charge.

Considérons un point de fonctionnement initial caractérisé par $V_1 = 1$ pu, $r = 0.97$ pu/pu et $V_2 = V_2^o = 1$ pu. Ce fonctionnement est repéré par le point A dans les trois figures sus-mentionnées.

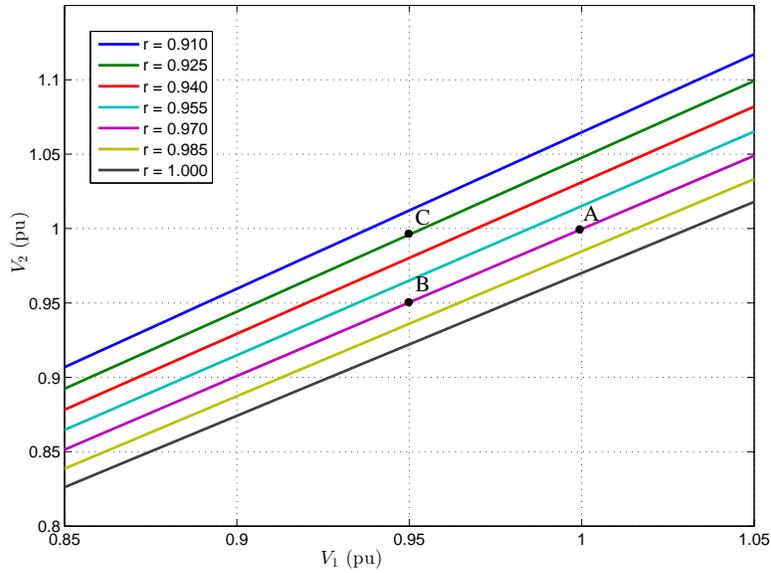


FIGURE 10.26 – variation de V_2 avec V_1 , pour différentes valeurs de r

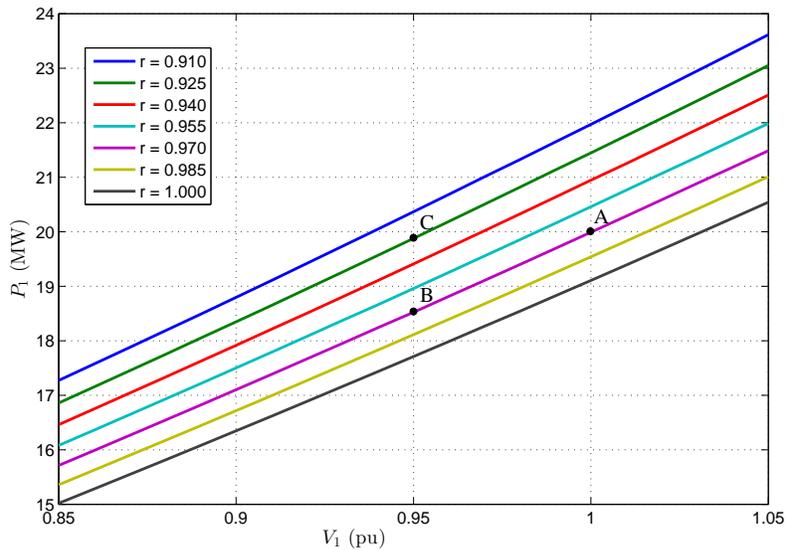


FIGURE 10.27 – variation avec V_1 de la puissance active P_1 fournie par le réseau de transport, pour différentes valeurs de r

Supposons que, suite à un incident dans le réseau de transport, la tension V_1 subit une chute de 0.05 pu.

Dans un premier temps, le rapport de transformation reste inchangé. Le point de fonctionnement passe donc de A en B (voir figures 10.26, 10.27 et 10.28). La consommation vue du réseau de transport a diminué. Cette décroissance est le comportement à *court terme* de l'ensemble (charge,

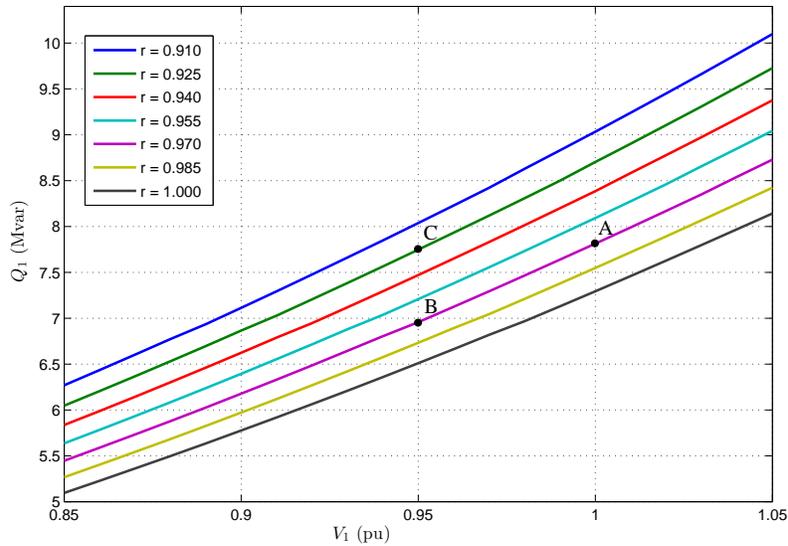


FIGURE 10.28 – variation avec V_1 de la puissance réactive Q_1 fournie par le réseau de transport, pour différentes valeurs de r

transformateur et condensateur).

Comme le montre la figure 10.26, la tension V_2 est sortie de la bande morte $[0.99 \ 1.01]$ pu. Le régulateur passe trois prises pour l'y ramener, faisant passer r de 0.97 à 0.925 pu/pu. Supposant que la tension V_1 reste inchangée, le nouveau point de fonctionnement est C aux figures 10.26, 10.27 et 10.28. En pratique, la tension V_2 n'est pas exactement ramenée à sa valeur initiale V_2^o , à cause de l'insensibilité du régulateur en charge dans sa bande morte. Supposons cependant que l'erreur est négligeable. Dans ces conditions, les puissances $P_2(V_2)$ et $Q_2(V_2)$ sont restaurées à leurs valeurs avant perturbation, $P_2(V_2^o)$ et $Q_2(V_2^o)$. Les figures 10.27 et 10.28 montrent qu'il en va de même des puissances P_1 et Q_1 . Ce résultat était prévisible puisque, pour la puissance active, on a :

$$P_1 = P_2(V_2)$$

et pour la puissance réactive :

$$Q_1 = Q_2(V_2) - BV_2^2 + XI_2^2 = Q_2(V_2) - BV_2^2 + X \frac{P_2^2(V_2) + Q_2^2(V_2)}{V_2^2}$$

où chaque terme du membre de droite revient à sa valeur avant perturbation.

Vu les temps de réaction des régulateurs en charge, ce processus est un exemple typique de *dynamique à long terme*. On peut dire que, sous l'effet du régulateur en charge, la *caractéristique à long terme de la charge* est une puissance constante.

Notons que ceci est vrai pour autant que le régulateur en charge n'arrive pas en butée dans sa plage de réglage, auquel cas la tension V_2 n'est pas restaurée à sa consigne V_2^o .

Chapitre 11

Introduction à l'analyse des défauts équilibrés

Le terme *défaut* est utilisé dans les réseaux électriques comme synonyme de court-circuit.

Les causes des courts-circuits sont :

- la foudre touchant une ligne aérienne : c'est de loin la cause la plus fréquente
- d'autres intempéries telles que la neige ou la glace s'accumulant sur les conducteurs
- le contact d'une ou plusieurs phases avec des arbres ou d'autres objets, à cause d'une tempête
- le contact d'une ou plusieurs phases avec des objets à cause d'une erreur humaine. Dans cette dernière catégorie, on peut citer l'endommagement de câbles souterrains par des engins de génie civil, lors de travaux de terrassement
- une défaillance interne d'un composant (généralement dans les postes électriques).

Une étape importante du design d'un réseau électrique est le calcul des courants traversant ce réseau sous l'effet des courts-circuits. De tels calculs sont également mis à jour lors de l'évolution du système.

Les courants calculés, ainsi que d'autres grandeurs telles que les impédances vues des extrémités des lignes sont utilisées pour :

- choisir les réglages des protections
- choisir les capacités de coupure des disjoncteurs.

11.1 Comment la foudre peut conduire à des courts-circuits

Le lecteur se reportera au chapitre 6 pour des informations générales au sujet de la foudre, des câbles de garde et des éclateurs.

La figure 11.1 montre les différents endroits d'une ligne aérienne qui peuvent être touchés par la foudre.

Point d'impact 1. La foudre touche un conducteur de phase.

Ceci signifie que le câble de garde n'a pas rempli son rôle de protection. Les charges électriques se déversent dans les deux directions, à partir du point d'impact. Ceci donne naissance à deux ondes de surtension se propageant le long de la ligne. On montre que la tension maximale de chaque onde vaut en première approximation $V = Z_c I_f / 2$, où Z_c est l'impédance caractéristique et I_f le courant injecté par la foudre. Par exemple, pour $Z_c \simeq 300 \Omega$ et $I_f \simeq 30 \text{ kA}$, on obtient $V \simeq 4.500.000 \text{ V}$!

De telles surtensions risquent d'endommager gravement les équipements présents dans les postes aux deux extrémités de la ligne. C'est la raison pour laquelle les chaînes d'isolateurs sont équipées d'éclateurs, conçus pour s'amorcer sous l'effet de la surtension. Lorsque l'onde atteint l'éclateur, il y a rupture diélectrique de l'intervalle d'air situé entre ses extrémités, un arc électrique apparaît et les charges électriques s'écoulent dans le pylône qui supporte la chaîne d'isolateurs, dans ses fondations et donc dans le sol.

De la sorte, l'onde de surtension est stoppée mais il s'est créé un court-circuit entre la phase et le sol.

Point d'impact 2 ou 3. La foudre touche le câble de garde ou directement un pylône.

Quand tout se passe normalement, le courant dû à la foudre traverse les pylônes concernés et, via leurs fondations, se disperse dans le sol. Cependant, il se peut que le haut d'un pylône touché monte en tension sous l'effet de l'injection de courant dans sa structure métallique et dans la prise de terre, qui toutes deux présentent une résistance (celle du sol peut être élevée par endroits). Cette montée en tension peut conduire à une différence de potentiel élevée entre le haut du pylône et un (voire plusieurs) conducteur(s) de phase, provoquant l'amorçage de l'éclateur présent sur la chaîne d'isolateurs.

Ici encore, un court-circuit a été créé entre la phase et le sol.

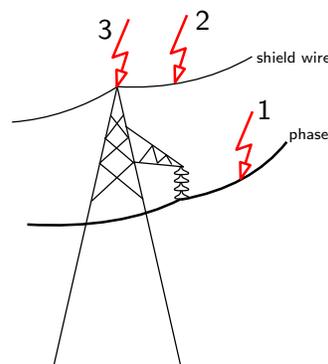


FIGURE 11.1 – endroits d'une ligne aérienne pouvant être touchés par la foudre

Dans ces deux scénarios, après que les charges provenant du coup de foudre se soient évacuées dans le sol, l'air qui a été ionisé par l'arc reste conducteur et une connexion de faible impédance demeure entre le réseau et la terre, créant ainsi un court-circuit. Le courant de court-circuit est alors en fait alimenté par les générateurs, principalement ceux qui sont les plus proches du défaut.

Les courts-circuits frappant un réseau doivent être éliminés rapidement pour différentes raisons :

- les courants circulant dans le réseau en présence du court-circuit ont une amplitude élevée par rapport aux courants existant en fonctionnement normal. Ils doivent être rapidement éliminés sous peine de détériorer les équipements ;
- la mise à un potentiel quasiment nul d'un point du réseau de transport peut déstabiliser le système (rupture de synchronisme entre générateurs ou instabilité de tension) ;
- les consommateurs subissent une chute de tension d'autant plus marquée qu'ils sont proches du défaut. Certains appareils, électroniques par exemple, les moteurs, et plus généralement certains processus industriels de fabrication sont sensibles à de tels creux de tension ;
- les équipements parcourus par ces courants élevés subissent des efforts mécaniques considérables sous l'effet de la force de Laplace.

11.2 Protections et disjoncteurs

Les protections qui surveillent une ligne aérienne de transport détectent l'apparition des courants élevés ou plus souvent la diminution de l'impédance vue de chaque extrémité de la ligne. Elles font s'ouvrir les disjoncteurs situés aux deux extrémités. Dans ces conditions, l'arc électrique du défaut n'est plus alimenté et s'éteint. La ligne est évidemment hors service.

Pour les disjoncteurs qui équipent les réseaux de transport, on peut considérer que le délai total d'élimination d'un défaut est d'au plus cinq alternances (0.1 s à 50 Hz). Les disjoncteurs les plus performants permettent cependant une élimination en seulement deux alternances. Les disjoncteurs qui équipent les réseaux de répartition ou de distribution sont généralement plus lents (et donc moins coûteux), l'impact d'une élimination moins rapide étant moins grand aux niveaux de tension inférieurs. Ils peuvent prendre huit alternances, voire davantage, pour éliminer un défaut.

Les lignes des réseaux de transport sont généralement équipées de dispositifs de ré-enclenchement automatique. L'objectif est de remettre la ligne déclenchée en service le plus rapidement possible. Un tel ré-enclenchement doit cependant attendre un court laps de temps afin que l'air ait recouvré ses propriétés d'isolant. Ce délai est de l'ordre de 0.3 seconde.

Le court-circuit causé par la foudre est typiquement un *défaut fugitif* : la mise hors service de la ligne suffit à le faire disparaître. Un *défaut permanent* est causé par le contact de la ligne avec un objet qui n'est pas détruit par le courant de court-circuit. Dans ce cas, le ré-enclenchement se fait sur défaut ce qui conduit à un nouveau déclenchement des disjoncteurs, qui restent alors en position ouverte.

11.3 Types de défauts

Les différents défauts qu'un système triphasé peut subir sont repris à la figure 11.2, on l'on ne considère pas les variantes de courts-circuits avec impédance, pour simplifier.

De tous les courts-circuits, le monophasé est le plus courant. Par exemple, en Belgique, sur le réseau à 400 kV, on a relevé entre 2006 et 2014 : 91 % de défauts phase-terre, 7 % de défauts biphasés-terre et seulement 2 % de défauts triphasés. Le court-circuit triphasé est donc relativement

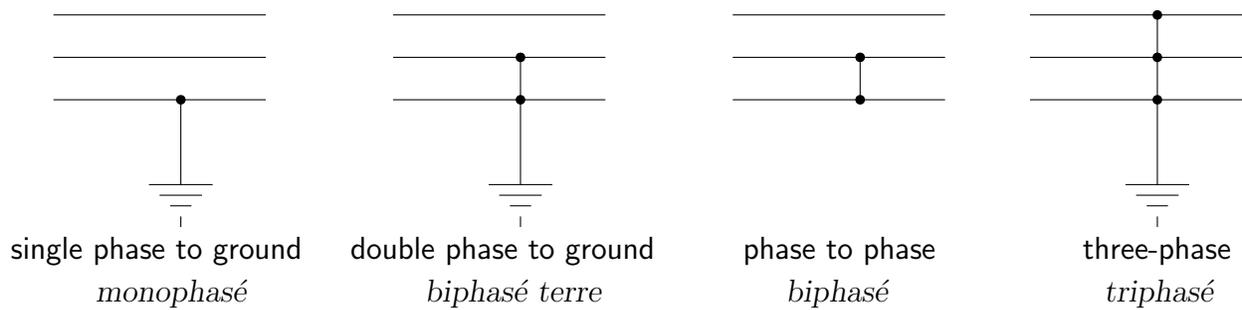


FIGURE 11.2 – différents types de défauts

rare. Cependant c'est généralement le plus sévère et les équipements doivent pouvoir y faire face.

Le reste de ce chapitre est consacré aux défauts triphasés avec une même résistance (en particulier une résistance nulle) entre chaque phase et la terre. Dans ces conditions, le réseau reste équilibré. On parle de *défauts équilibrés*. Un des avantages est que l'on peut continuer à utiliser l'analyse par phase.

Notons que si l'on court-circuite les trois phases, sans résistance et sans contact à la terre, le point commun ainsi créé est à un potentiel nul, si tout le reste du réseau est parfaitement équilibré. Il est dès lors équivalent de considérer que le court-circuit s'est produit entre chacune des phases et la terre, ce qui nous ramène au schéma le plus à droite dans la figure 11.2.

11.4 Comportement de la machine synchrone pendant un court-circuit

Comme mentionné plus haut, les principaux composants responsables de la production des courants de court-circuit sont les générateurs synchrones. Dans cette section, nous nous intéressons à leur représentation dans l'analyse des défauts équilibrés.

11.4.1 Expression du courant de court-circuit d'un générateur fonctionnant initialement à vide

Sur une période d'un ou deux dixièmes de seconde après apparition d'une perturbation, la vitesse de rotation d'une machine synchrone ne peut changer significativement, étant donné l'inertie mécanique des masses tournantes. Dans cet intervalle de temps, les transitoires sont essentiellement de nature électromagnétique ; ils proviennent des variations des flux magnétiques dans les divers enroulements de la machine.

Dans ce qui suit, nous considérons le cas simple d'un générateur :

- à rotor lisse, de réactance synchrone X
- fonctionnant initialement à vide (stator ouvert)
- soumis à l'instant $t = 0$ à un court-circuit triphasé franc (c'est-à-dire sans impédance)

- dont l'enroulement d'excitation est soumis à une tension continue $v_f = R_f i_f^o$, où i_f^o est le courant avant défaut
- le rotor tourne à la vitesse de synchronisme :

$$\theta_r = \theta_r^o + \omega_N t$$

où θ_r^o est la position du rotor au moment où survient le court-circuit.

Avant défaut, l'amplitude de la tension aux bornes d'une phase de la machine vaut donc :

$$V(0^-) = E_q^o = \frac{\omega_N L_{af}}{\sqrt{2}} i_f^o$$

Dans ce cas simple il est possible d'établir l'expression analytique des courants au stator et au rotor. Moyennant des simplifications tout-à-fait justifiées, on obtient l'expression suivante du courant dans la phase a durant le court-circuit :

$$i_a(t) = -\sqrt{2} E_q^o \left[\frac{1}{X} + \left(\frac{1}{X'} - \frac{1}{X} \right) e^{-t/T_d'} + \left(\frac{1}{X''} - \frac{1}{X'} \right) e^{-t/T_d''} \right] \cos(\omega_N t + \theta_r^o) + \sqrt{2} E_q^o \frac{1}{X''} e^{-t/T_\alpha} \cos \theta_r^o \quad (11.1)$$

On voit que la réponse comporte :

- une composante oscillatoire dont la valeur efficace part de $\frac{E_q^o}{X''}$ et tend vers $\frac{E_q^o}{X}$.
- une composante apériodique, aussi appelée composante *directe* ou *unidirectionnelle*, qui tend vers zéro.

On vérifie aisément que la valeur initiale du courant est nulle, tandis que pour un temps suffisamment long, il ne reste que :

$$i_a(t) \simeq -\sqrt{2} \frac{E_q^o}{X} \cos(\omega_N t + \theta_r^o) \quad (11.2)$$

comme on peut s'y attendre en régime sinusoïdal établi, où c'est la réactance synchrone X qui intervient.

Les noms donnés aux différentes réactances et constantes de temps, ainsi que leurs ordres de grandeur, sont détaillés dans le tableau ci-dessous. Les valeurs en per unit s'entendent dans la base de la machine.

X''	réactance sub-transitoire	0.15 - 0.30 pu
X'	réactance transitoire	0.20 - 0.40 pu
T_d''	constante de temps sub-transitoire en court-circuit	0.02 - 0.05 s
T_d'	constante de temps transitoire en court-circuit	0.5 - 2.0 s
$T_\alpha \simeq X'' / (\omega_N R_a)$	constante de temps apériodique	0.02 - 0.35 s

11.4.2 Exemple numérique et discussion

A titre d'illustration, considérons une machine caractérisée par :

$$X = 2 \text{ pu} \quad X' = 0.3 \text{ pu} \quad X'' = 0.2 \text{ pu} \quad R_a = 0.005 \text{ pu}$$

$$T_d'' = 0.0333 \text{ s} \quad T_d' = 1.35 \text{ s}.$$

On en déduit :
$$T_\alpha = \frac{X''}{2\pi 50 R_a} = 0.127 \text{ s}.$$

On suppose que :

- la tension aux bornes de la machine avant défaut est la tension nominale, soit $E_q^o = 1 \text{ pu}$;
- le court-circuit se produit au moment où l'axe direct coïncide avec l'axe de la phase a , c'est-à-dire que $\theta_r^o = 0^1$. Dans ces conditions, la valeur initiale de la composante aperiodique est maximale dans la phase a .

Il importe de noter que les courbes ci-après se rapportent à un court-circuit permanent et à une vitesse de rotation constante. En pratique, le court-circuit est éliminé par les protections après le délai déjà mentionné, tandis que la vitesse varie sous l'effet du déséquilibre entre couples mécanique et électromagnétique (au point que si le défaut est éliminé trop tard, la machine perd le synchronisme). Les courbes ne peuvent donc être utilisées que sur le court intervalle de temps correspondant au court-circuit.

La figure 11.3 montre l'évolution du courant i_a sur un intervalle de temps de l'ordre de 15 fois T_d'' ou un tiers de T_d' . On voit que la composante aperiodique retarde légèrement le premier passage par zéro du courant, nécessaire à la coupure par le disjoncteur. Elle peut aussi provoquer la saturation du noyau magnétique des transformateurs de mesure utilisés par les protections.

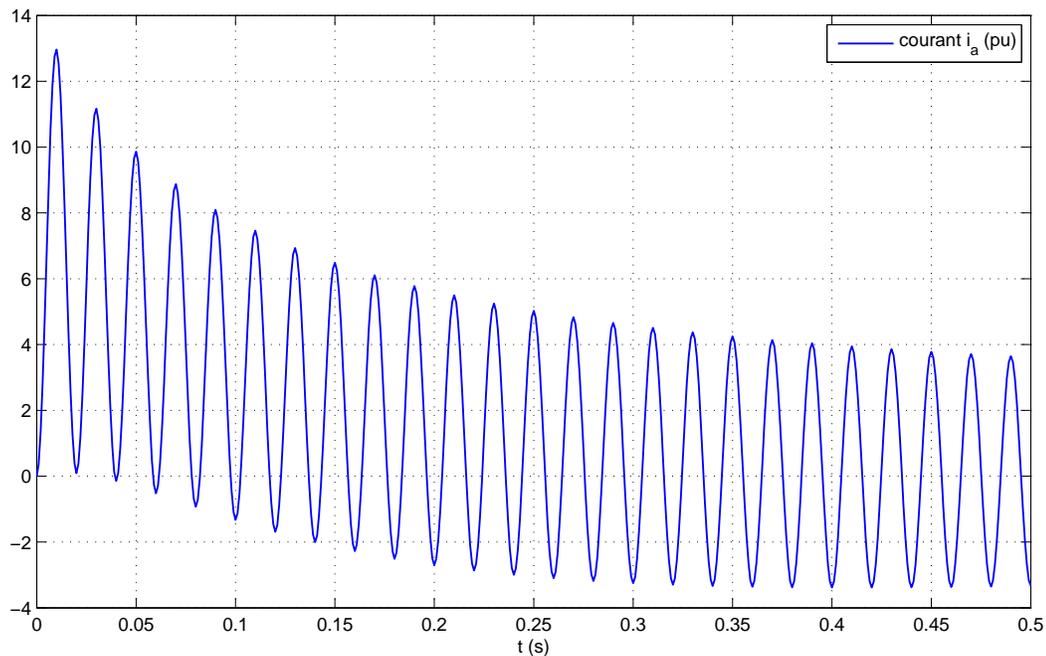


FIGURE 11.3 – évolution du courant de court-circuit dans la phase a

Les courants dans les phases a et b sont comparés à la figure 11.4. On voit qu'une fois que les composantes aperiodiques sont négligeables, i_b devient égal à i_a déphasé de 120 degrés, comme c'est le cas en régime établi normal. On voit également que l'amplitude de la composante aperiodique

1. pour tout éclaircissement, se reporter au chapitre 8

est différente d'une phase à l'autre. Ceci est dû au décalage de 120 degrés entre les différentes phases.

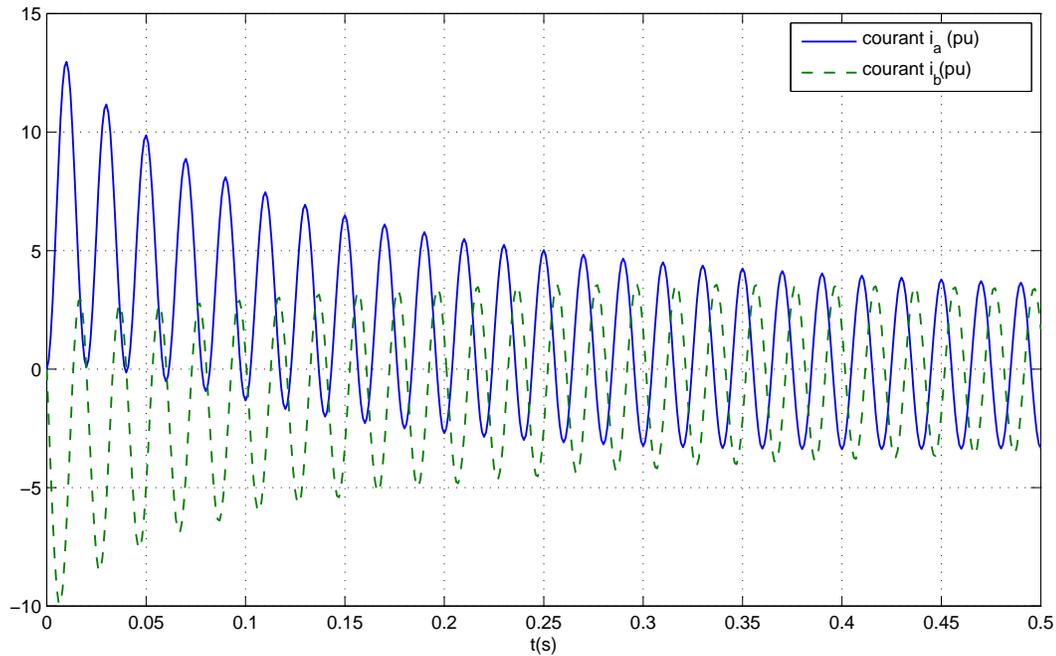


FIGURE 11.4 – évolution des courants de court-circuit dans les phases a et b

La figure 11.5 montre séparément les composantes alternative et apériodique du courant i_a . Elles sont initialement de valeurs opposées, ce qui conduit à un courant initial nul.

Enfin, la figure 11.6 montre l'évolution de l'amplitude (ou valeur de crête) de la composante alternative du courant i_a . La ligne horizontale en pointillé est la valeur en régime établi, soit $\sqrt{2}E_q^o/X$. Avant d'atteindre cette valeur mais après $t = 5 T_d'' \simeq 0.17$ s, la valeur de crête est donnée par :

$$\sqrt{2}E_q^o \left[\frac{1}{X} + \left(\frac{1}{X'} - \frac{1}{X} \right) e^{-t/T_d'} \right]$$

Cette valeur nettement plus élevée que la valeur finale est due à la réaction de l'enroulement d'excitation, comme expliqué dans la section suivante. La constante de temps T_d' caractérise la dynamique du circuit d'excitation. Entre $t = 0$ et $t = 5 T_d'' \simeq 0.17$ s, l'amplitude s'accroît encore de la composante :

$$\sqrt{2}E_q^o \left(\frac{1}{X''} - \frac{1}{X'} \right) e^{-t/T_d''}$$

Celle-ci est due à la réaction des amortisseurs, dont la constante de temps T_d'' est nettement plus courte que T_d' .

Il résulte de tout ceci que les disjoncteurs sont appelés à couper un courant nettement plus important que celui qu'on aurait en régime établi.

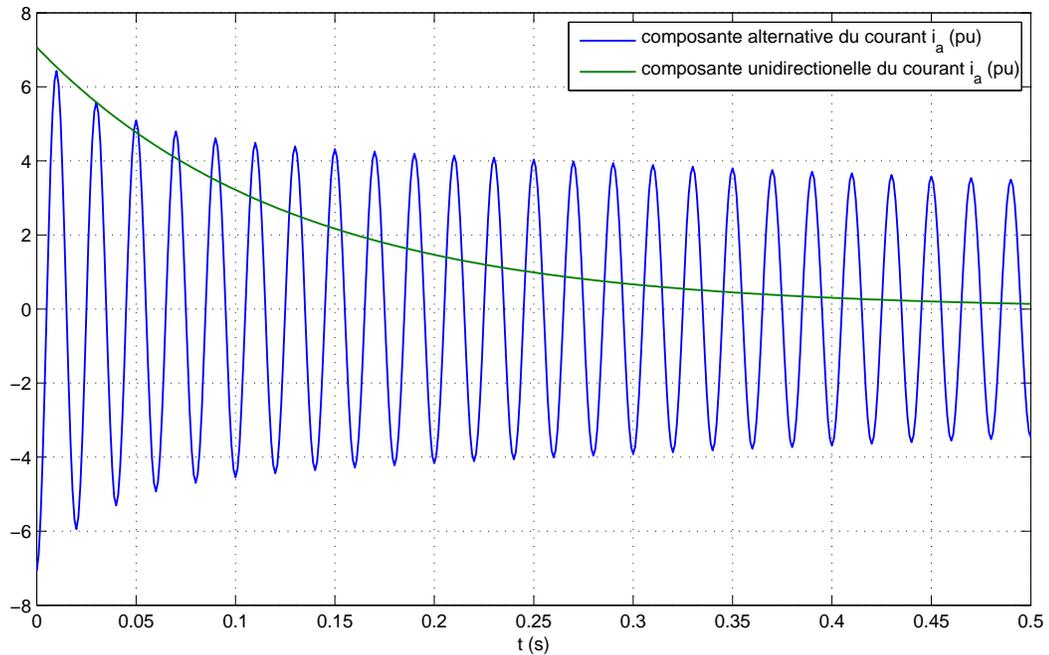


FIGURE 11.5 – composantes alternative et aperiodique du courant dans la phase a

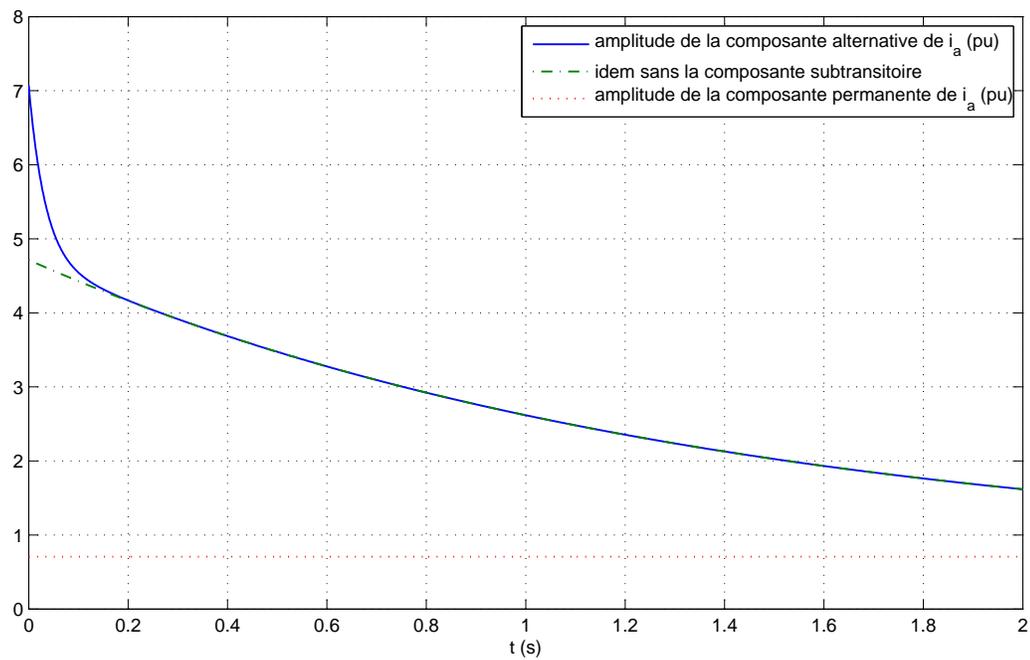


FIGURE 11.6 – évolution de l'amplitude de la composante alternative du courant dans la phase a

11.4.3 Interprétation de l'évolution du courant

Le circuit de la figure 11.7 présente une analogie avec le générateur court-circuité.

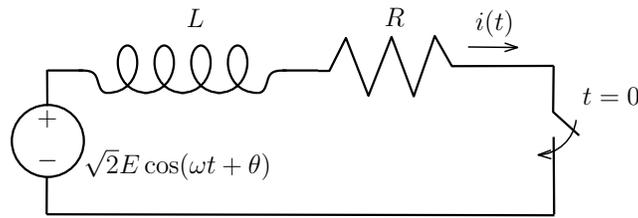


FIGURE 11.7 – circuit présentant une analogie avec le générateur court-circuité

Le courant $i(t)$ apparaissant dans ce circuit après la fermeture de l'interrupteur en $t = 0$ est donné par :

$$i(t) = - \left[\frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\theta - \phi) \right] e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{\sqrt{2}E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos(\omega t + \theta - \phi) \quad (11.3)$$

avec :

$$\phi = \text{arctg} \left(\frac{\omega L}{R} \right) \quad (11.4)$$

Il est clair que le premier terme de l'expression (11.3) est analogue à la composante apériodique du courant de court-circuit (11.1), avec $L/R = T_\alpha$. Cependant, le second terme dans (11.3) diffère de la composante oscillatoire du courant de court-circuit parce que l'amplitude des oscillations est ici constante.

Dans la machine, le court-circuit fait apparaître des courants alternatifs importants au stator, courants qui créent subitement un champ magnétique tournant. Or, dans les instants qui suivent l'apparition du court-circuit, le flux embrassé par l'enroulement d'excitation ne peut pas changer (il met d'ailleurs beaucoup de temps à changer, étant donné que T'_d est de l'ordre de la seconde). En réaction à l'apparition du champ statorique, un courant est donc induit dans l'enroulement d'excitation afin d'y maintenir le flux total constant. La f.e.m. E_q , proportionnelle au courant d'excitation, augmente donc, ce qui explique la plus grande amplitude de la composante oscillatoire du courant de court-circuit dans les premiers instants. Pour reproduire cet effet avec le circuit de la figure 11.7, il faudrait que la f.e.m. E augmente brusquement juste après le court-circuit, pour décroître ensuite progressivement.

11.5 Simplifications usuelles pour le calcul des courants de court-circuit équilibrés

Les calculs des courants de court-circuit se font usuellement en négligeant les composantes apériodiques des courants produits par les machines synchrones. D'une part ces composantes sont différentes d'une phase à l'autre, comme le montre la figure 11.4. D'autre part, dans une même phase, l'amplitude de cette composante dépend de l'instant du court-circuit (plus précisément de la position du rotor au moment du court-circuit).

Le fait de négliger les composantes apériodiques peut être compensé en multipliant les courants de court-circuit (calculés en leur absence) par un facteur correctif. On cite les valeurs suivantes :

1.4 si le disjoncteur interrompt le courant en 2 alternances

- 1.2 s'il l'interrompt en 3 alternances
- 1.0 s'il l'interrompt en 8 alternances.

Les calculs portent donc sur les composantes alternatives de pulsation ω_N , ce qui permet de calculer les courants de défaut via les techniques (mais pas les paramètres !) s'appliquant au régime sinusoïdal établi.

Quelle réactance considérer ?

Dans les réseaux de transport, compte tenu de la rapidité des disjoncteurs, on considère qu'il faut pouvoir couper l'amplitude initiale de la composante oscillatoire, ce qui revient à considérer les réactances sub-transitoires des machines. Ceci procure une marge de sécurité puisque ultérieurement l'amplitude de cette composante décroît.

Dans les réseaux de distribution, les disjoncteurs sont moins rapides et l'on considère généralement la réactance transitoire dans les calculs, puisque le régime subtransitoire est éteint quand les disjoncteurs doivent couper le courant de défaut.

11.6 Schéma équivalent simplifié d'une machine synchrone

Comme on vient de le voir, la f.e.m. E_q change de manière abrupte dans les instants qui suivent l'apparition d'un court-circuit. Il en résulte que le schéma équivalent avec cette f.e.m. derrière la réactance synchrone n'est pas approprié.

En fait, on peut montrer que la machine synchrone obéit au schéma équivalent de la figure 11.8, dans lequel la f.e.m. \bar{E}'' est constante. En effet, on démontre que cette f.e.m. est proportionnelle aux flux dans les enroulements rotoriques de la machine. Cette f.e.m. est appelée *f.e.m. derrière réactance subtransitoire*. La résistance statorique est négligée.

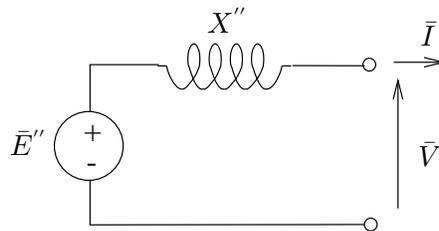


FIGURE 11.8 – schéma équivalent de la machine synchrone pour le calcul des courants de court-circuit

Supposant le court-circuit appliqué en $t = 0$, la continuité de cette f.e.m. se traduit par :

$$\bar{E}''(0^+) = \bar{E}''(0^-) = \bar{V}(0^-) + jX_d''\bar{I}(0^-) \quad (11.5)$$

On peut donc déterminer cette f.e.m. en partant du point de fonctionnement avant défaut, à savoir $\bar{V}(0^-)$ et $\bar{I}(0^-)$.

Au passage, on retrouve aisément le cas du générateur initialement à vide :

$$\bar{I}(0^-) = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{E}''(0^-) = \bar{V}(0^-) = \bar{E}_q^o \quad \Rightarrow \quad \bar{I}(0^+) = \frac{\bar{E}_q}{jX''}$$

Le même schéma est utilisé avec une f.e.m. \bar{E}' constante derrière réactance transitoire X' , pour les défauts éliminés plus lentement.